

COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 5 JANVIER 1925.

PRÉSIDENTE DE M. GUILLAUME BIGOURDAN, PUIS DE M. LOUIS BOUVIER
ET DE M. CHARLES LALLEMAND.

M. GUILLAUME BIGOURDAN, Président sortant, fait connaître à l'Académie l'état où se trouve l'impression des recueils qu'elle publie et les changements survenus parmi les Membres et les Correspondants pendant le cours de l'année 1924.

État de l'impression des recueils de l'Académie au 1^{er} janvier 1925.

Comptes rendus des séances de l'Académie. — Les tomes 177 (2^e semestre de l'année 1923) et 178 (1^{er} semestre 1924) sont parus avec leurs tables et ont été mis en distribution.

Les numéros du 2^e semestre de l'année 1924 ont été mis en distribution, chaque semaine, avec la régularité habituelle.

Le volume des tables générales de 1896 à 1910 est en préparation.

Mémoires de l'Académie. — Aucun volume n'a été publié en 1924.

Procès-verbaux des séances de l'Académie des Sciences, tenues depuis la fondation de l'Institut jusqu'au mois d'août 1835.

Le tome X, années 1832-1835, est paru et a été mis en distribution.

Un volume de tables générales est en préparation.

Annuaire de l'Académie. — L'Annuaire pour 1925 est paru et est mis en distribution au cours de cette séance.

Inventaire des périodiques scientifiques des bibliothèques de Paris. — Le fascicule I est paru et a été mis en distribution.

Le fascicule II est paru et est mis en distribution au cours de cette séance.

Membres décédés depuis le 1^{er} janvier 1924.

Section de Géographie et Navigation. — M. **ÉMILE BERTIN**, le 22 octobre, à la Glacerie, Manche.

Académiciens libres. — M. le prince **ROLAND BONAPARTE**, le 14 avril, à Paris.

Division des Applications de la Science à l'Industrie. — M. **HILAIRE DE CHARDONNET**, le 11 mars, à Paris.

Associés étrangers. — Sir **ARCHIBALD GEIKIE**, le 10 novembre, à Shepherd's down, Haslemere.

Membres élus depuis le 1^{er} janvier 1924.

Académiciens libres. — M. le duc **MAURICE DE BROGLIE**, le 25 février, en remplacement de M. **CH. DE FREYCINET**, décédé;

M. **ALEXANDRE DESGREZ**, le 10 mars, en remplacement de M. **A. DE GRAMONT**, décédé;

M. **PAUL SÉJOURNÉ**, le 8 décembre, en remplacement de M. le prince **ROLAND BONAPARTE**, décédé.

Division des Applications de la Science à l'Industrie. — M. **CHARLES RABUT**, le 2 juin, en remplacement de M. **MAURICE LEBLANC**, décédé;

M. **GEORGES CLAUDE**, le 1^{er} décembre 1924, en remplacement de M. le comte **HILAIRE DE CHARDONNET**, décédé.

Associés étrangers. — M. **SERGE WINOGRADSKY**, le 7 avril, en remplacement de M. **J. D. VAN DER WAALS**, décédé.

Membres à remplacer.

Section de Géographie et Navigation. — M. **ÉMILE BERTIN**, mort à la Glacerie, Manche, le 22 octobre 1924.

Associés étrangers. — Sir **ARCHIBALD GEIKIE**, mort à Shepherd's down Haslemere, le 10 novembre 1924.

Correspondants décédés depuis le 1^{er} janvier 1924.

Pour la Section de Géométrie. — M. **CLAUDE GUICHARD**, le 6 mai, à Paris.

Pour la Section de Botanique. — M. **EUGÈNE WARMING**, le 2 avril, à Valby, près de Copenhague; M. **G. B. DE TONI**, le 31 juillet, à Modène.

Pour la Section d'Anatomie et Zoologie. — M. **JACQUES LOEB**, le 12 février, à Hamilton, îles Bermudes; M. **EUGÈNE SIMON**, le 17 novembre, à Paris.

Correspondants élus depuis le 1^{er} janvier 1924.

Pour la Section de Géographie et Navigation. — M. **B. BERLOTY**, à Ksara, Syrie, le 7 juillet, en remplacement de M. **ELIE COLIN**, décédé.

Pour la Section de Chimie. — Sir **WILLIAM POPE**, à Cambridge, Angleterre, le 12 mai, en remplacement de M. **GEORGE ELLERY HALE**, élu associé étranger.

Pour la Section de Botanique. — M. **G. B. DE TONI**, à Modène, le 23 juin, en remplacement de M. **EUG. WARMING**, décédé.

Pour la Section d'Anatomie et Zoologie. — M. **EDMUND B. WILSON**, à New-York, le 5 mai, en remplacement de M. **JACQUES LOEB**, décédé; M. **JOHANNES SCHMIDT**, à Copenhague, le 19 mai, en remplacement de Sir **NORMAN LOCKYER**, décédé.

Pour la Section de Médecine et Chirurgie. — M. **FÉLIX LAGRANGE**, à Bordeaux, le 14 janvier, en remplacement de M. **JULES BORDET**, élu associé étranger.

Correspondants à remplacer.

Pour la Section de Géométrie. — M. **CLAUDE GUICHARD**, mort à Paris, le 6 mai 1924.

Pour la Section d'Astronomie. — M. **ÉDOUARD STEPHAN**, mort à Marseille, le 31 décembre 1923.

Pour la Section de Physique générale. — Sir **JAMES DEWAR**, mort à Londres, le 27 mars 1923.

Pour la Section de Botanique. — M. **G. B. DE TONI**, mort à Modène, le 31 juillet 1924.

Pour la Section d'Économie rurale. — M. **SERGE WINOGRADSKY**, à Brie-Comte-Robert, élu associé étranger, le 7 avril 1924.

Pour les sections qui seront désignées par l'Académie :

A. — Les correspondants suivants pour la Section d'Astronomie : M. **J.-B. GAILLOT**, mort à Chartres, le 4 juin 1921 ; Sir **WILLIAM CHRISTIE**, mort en mer, se rendant de Mogador à Gibraltar, le 22 janvier 1922 ; M. **JACOBUS CORNELIUS KAPTEYN**, mort à Groningue, Pays-Bas, le 18 juin 1922 ; M. **H. G. VAN DE SANDE BAKHUYZEN**, mort à Leiden, Pays-Bas, le 8 janvier 1923.

B. — Le correspondant suivant pour la Section d'Anatomie et Zoologie : M. **EUGÈNE SIMON**, mort à Paris, le 17 novembre 1924.

M. **GUILLAUME BIGOURDAN**, président sortant, s'exprime en ces termes :

Mes chers Confrères,

La présidence de notre Académie, tâche annuelle et honorable entre toutes que vous m'avez fait l'honneur de me confier pour 1924, est arrivée à sa fin. Permettez-moi de vous dire que je garderai le souvenir le plus reconnaissant du témoignage de confiance que vous avez bien voulu me donner ainsi.

J'ai trouvé auprès de notre éminent vice-président M. Bouvier, auprès de nos savants secrétaires perpétuels, MM. E. Picard et A. Lacroix, les conseils les plus autorisés, le concours le plus constant : je les prie de vouloir bien agréer aussi mes remerciements les plus vifs.

J'avais eu sous les yeux, en 1923, l'exemple de mon éminent prédécesseur, M. Halet, qui a su rétablir la ponctualité pour l'ouverture de nos séances. D'autre part, la règle que vous avez inaugurée cette année, de vous placer

près du tableau noir pour faire vos communications académiques, a corrigé sensiblement les défauts de notre salle, et diminué le bruit des conversations particulières dans la partie droite que vous avez réservée.

Malgré tous ces secours, malgré votre bienveillant appui, je n'ai pu obtenir le même silence relatif dans la partie gauche, vers l'entrée. Je m'en excuse, en vous remerciant encore, en vous offrant mes vœux les plus vifs pour la nouvelle année. Je prie M. Bouvier de prendre le fauteuil, et j'invite M. Lallemand à venir occuper au bureau sa place de vice-président.

En prenant possession du fauteuil de la présidence M. **ÉMILE BOUVIER** s'exprime en ces termes :

Mes chers Confrères,

Il y a vingt-trois années que j'occupe au milieu de vous la place laissée vacante par la mort de mon regretté collègue du Muséum, Henri Filhol. Cette carrière académique déjà longue me désignait peut-être pour l'honneur de présider nos séances, mais encore fallait-il votre choix bienveillant, et pour ce choix, je tiens à vous exprimer ma vive gratitude.

Comme le disait l'année dernière, à pareille époque, M. Bigourdan, la présidence de cette Académie est une charge difficile, car elle suppose de l'autorité scientifique et un esprit largement ouvert sur tous les horizons de la science. Vous m'avez supposé ces qualités transcendantes, et c'est fort généreux de votre part; mais je sais trop bien que je ne les possède pas, et c'est un des motifs principaux qui m'ont fait redouter l'honneur de votre choix.

Oui vraiment, j'ai redouté cet excès d'honneur, et je le regretterais encore si je ne savais pouvoir compter sur votre indulgence, sur les lumières et la haute autorité de nos Secrétaires perpétuels, sur le concours de M. Lallemand que ses talents ont désigné pour la vice-présidence, — avant tout, si mes deux prédécesseurs n'avaient, chacun pour sa part, introduit des réformes efficaces et profondes dans la tenue de nos séances. Il convient de rappeler ces réformes, parce qu'elles sont tout à l'honneur des deux énergiques volontés qui en prirent l'initiative et de vous aussi, mes chers Confrères, qui les avez résolument acceptées.

Grâce à l'inflexible exactitude de M. Haller, nos séances, depuis deux ans, s'ouvrent à trois heures très précises, ce qui est pour chacun de nous un bénéfice de temps, pour le public une mesure courtoise et pour notre Compagnie tout entière une discipline bienfaisante. Il faut louer sans réserve

l'éminent Confrère qui a su non pas nous imposer, mais nous faire accepter une telle règle.

L'initiative de M. Bigourdan n'a été ni moins hardie, ni moins heureuse. Sans avoir recours au procédé qu'il rapporta l'année dernière, d'après Fontenelle, et qui consistait, pour modérer le bruit des conversations trop verbeuses, à placer côte à côte des confrères de disciplines différentes, il a voulu rendre plus discrets les rapports qui s'établissent entre nous et avec le public, et à donner à nos séances un calme digne qu'on ne leur connaissait plus depuis longtemps.

Ce n'est pas le silence absolu, que nul ne désire et qui enlèverait à nos réunions le mouvement de vie qui les anime, c'est une sourdine à mettre dans nos échanges d'idées, une sourdine qui permet ces échanges sans faire obstacle à l'audition des orateurs. En dépit du scepticisme qu'avait fait naître dans nos rangs une coutume plus que séculaire, mon tenace prédécesseur est parvenu, dans une large mesure, au résultat qu'il s'était fixé : il a calmé nos ardeurs sans les éteindre, discipliné nos entretiens sans les bannir, et pour avoir entrepris cette réforme, il mérite d'être associé aux louanges que nous adressons tous à M. Haller.

De ces louanges une part doit aussi revenir à vous qui avez su apprécier les deux réformes et vous astreindre à les suivre. L'année dernière, M. Bigourdan attribuait pour une grande part le tumulte des séances à l'incommodité de notre installation matérielle, à son défaut d'adaptation aux besoins d'une assemblée qui attire autour d'elle public et publicistes. C'était vrai, mais il avait compté sans la ténacité qui l'anime et sans votre esprit de discipline ; cette salle ne pouvant être adaptée parfaitement à nos besoins, nous nous sommes adaptés à son insuffisance, ce qui semble bien faire échec aux théories récentes qui tendent à réduire, sinon à contester tout à fait, le rôle de l'adaptation. Cette adaptation, la nôtre, n'est pas encore parfaite, sans doute elle semble même avoir une tendance à s'affaiblir, mais je suis sûr que vous ferez un effort pour la pousser plus loin, d'ailleurs un très léger effort ; c'est à l'entrée de la salle, près de la table des signatures, que se tiennent les conversations les plus nombreuses et les plus bruyantes ; il sera facile de franchir la porte et de les tenir dans la vaste salle des pas perdus. Ce sera tout profit pour le public et pour nous, pour la presse également qui se trouve aujourd'hui près des orateurs et qui, à juste titre, désire convenablement les entendre.

Pour terminer, je reviens à mon point de départ, c'est-à-dire à l'honneur que vous m'avez fait en m'appelant à cette place. S'il est vrai que la prési-

dence de notre Académie est une sorte de royauté annuelle, il est certain aussi que cette charge n'est pas la même pour tous : elle exigea de mes deux prédécesseurs les grands efforts et les hautes qualités qui la rendirent brillante, elle sera, pour moi, simple et modeste, bénéficiaire heureux des résultats acquis par mes devanciers. Non, je ne la redoute plus comme à l'époque où vous me fîtes l'honneur de m'élever à la vice-présidence ; grâce aux progrès réalisés et à ceux que j'entrevois encore, elle sera paisible et c'est en quelque sorte un roi fainéant qui va succéder à deux royautés franchement actives.

Je m'arrête sur cet espoir et vous laisse la parole pour exposer vos travaux.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **PRÉSIDENT** fait l'éloge funèbre d'un Correspondant de l'Académie :

Mes chers Confrères,

L'année dans laquelle nous entrons à peine, et la présidence dont vous avez bien voulu m'investir, débutent sous de bien tristes auspices : le Professeur **JEAN BERGONIÉ**, l'un de nos plus illustres Correspondants, et à coup sûr le plus admirable pour son dévouement scientifique absolu, s'est éteint il y a quelques jours, après un long martyre dont il avait stoïquement calculé toutes les étapes, et qu'il a supporté avec la philosophie héroïque d'un sage. Il ne vivait que pour la Science ; il s'est très sciemment sacrifié pour elle ; il a pu s'en aller fier de lui avoir donné sa vie.

C'est bien sa vie tout entière, en effet, qu'il a donnée à la Science pour guérir ou restreindre les misères de la pauvre humanité. Ce fut là son constant objectif.

Il a été un novateur, je dirai presque un révolutionnaire, à la Faculté de Médecine de Bordeaux où son enseignement de Physique médicale et d'Électricité biologique sortit des voies banales ordinaires pour entrer dans un domaine tout nouveau, la médication par les agents physiques. Ce qui a rendu cet enseignement fécond et donné à l'École de Bordeaux la faveur universelle, ce qui a permis au vaillant professeur de fonder ses *Archives*

d'électricité médicale et de trouver pour ce périodique, des collaborateurs dans le monde entier, c'est la direction qu'il a imprimée lui-même à ses travaux, étudiant la dissipation de l'énergie chez l'homme et ses rapports avec l'état de santé, multipliant les mesures calorimétriques et ergométriques, recherchant la répartition des dépenses énergétiques, inventant ou modifiant quantité d'appareils qui sont restés dans la pratique médicale. Jamais on ne sut mieux associer cette pratique à la recherche pure.

Mais ce n'est là qu'une partie de sa tâche. Chargé du cours d'Électricité biologique, il a donné à cette partie de la science un développement que bien peu soupçonnaient avant lui : étudiant le courant de haute fréquence, il en a tiré des méthodes qui permettent de soutenir efficacement les organismes débilités sans mettre à contribution leur tube digestif ; et ses recherches sur la faradisation générale du muscle l'ont conduit au traitement connu aujourd'hui sous le nom de « cure de l'obésité ».

Il a entrevu l'importance que devaient avoir en médecine les rayons X et les émanations du radium et il s'est jeté bravement dans cette direction nouvelle où il a trouvé la gloire, mais aussi la mort ! — La gloire, avec cette *loi de Bergonié et Tribondeau*, qui a révolutionné le traitement du cancer en montrant que les rayons X respectent les éléments cellulaires différenciés des tissus, mais détruisent ceux qui sont en prolifération active, les éléments mêmes qui se multiplient dans les formations cancéreuses. — La mort, parce que ces effluves bienfaisants sont parfois terriblement dangereux, parce qu'il voulait les bien connaître et ne recula pas devant leur danger, parce qu'il continua de se tenir en face d'eux lorsque déjà, ils l'avaient gravement touché. Soldat de la Science, il s'est dévoué complètement dans cette bataille, où le bombardement des atomes remplace celui des canons, et n'offre pas moins de périls.

Dès lors, on ne saurait être surpris du rôle que joua Bergonié au cours de la Grande guerre. C'était un nouveau champ de bataille, et bien que frappé déjà, il y fut admirable comme dans l'autre. Ses talents et son ingéniosité se donnèrent libre cours ; c'est alors qu'il créa la méthode du massage pneumatique, pour le traitement des séquelles de blessures, l'électrovibreuse pour l'extraction des projectiles magnétiques, la radioscopie en lumière rouge pour l'extraction des projectiles non vibrants.

Mais c'est dans l'autre bataille, celle où il lutta durant toute son existence de savant, que Bergonié devait disparaître. Il fut d'abord un mutilé de cette guerre, un mutilé de deux doigts, ce qui lui valut en 1913 la médaille d'or de la Fondation Carnegie ; et il portait modestement cette

mutilation quand, en 1916, il devint notre Correspondant. Elle ne fut pas la seule. Voici deux années environ, il nous arriva privé de son bras droit, et stoïquement, il nous montrait sa main gauche où les atteintes du mal rongeur n'étaient que trop évidentes. Depuis lors, les ravages de celui-ci furent rapides, ce qui n'empêchait pas le héros d'assister à nos séances et de se prodiguer partout, comme il en avait coutume. Les effluves ne lui pardonnaient pas l'emprise qu'il avait eue sur eux ! Bientôt l'apôtre intrépide ne put plus sortir, et c'est dans sa chambre, sur son lit, qu'il reçut les insignes suprêmes de la Légion d'honneur, les insignes de grand-croix que M. le Maréchal Pétain, ayant à ses côtés notre confrère M. Widal, avait tenu à lui remettre. Et puis ce fut la fin, que ce vaillant entrevit sans faiblir. « Jamais, comme l'a dit M. Widal, on n'a vu don plus complet de soi-même. » Bergonié est devenu et restera « le mutilé héroïque qui se dresse comme le symbole du dévouement à la science et à l'humanité ».

M. A. LACROIX dépose sur le bureau le deuxième fascicule de l'*Inventaire des périodiques scientifiques des bibliothèques de Paris* : il annonce que, grâce à l'activité de ses collaborateurs et en particulier de M. LEON BULTINGAIRE, les deux derniers fascicules de cette œuvre paraîtront au cours de l'année 1925.

ÉLASTICITÉ. — *Sur la déformation tétraédrique.* Note de M. L. LECORNU.

Les calculs indiqués dans mes Notes des 3 et 24 novembre (1) supposent que l'enveloppe sphérique se déforme par l'effet d'influences impalpables. Tel n'est pas le cas d'un ballon qu'on dégonfle en le soutenant d'une façon quelconque : car les pressions des points d'appui et l'action de la pesanteur entrent alors en jeu, et sont capables de faire disparaître la symétrie autour du centre. On peut s'en convaincre en remarquant que, dans le cas très simple d'un anneau suspendu à un fil, le moment fléchissant au voisinage du point d'attache dépasse de $\frac{2}{3}$ le moment fléchissant au point diamétralement opposé.

Or, dès qu'il n'y a plus de centre de symétrie, la déformation tétraédrique apparaît comme vraisemblable, attendu qu'elle représente le

(1) *Comptes rendus*, t. 179, 1924, p. 853 et 1105.

maximum de symétrie compatible avec l'absence de centre. Ainsi s'expliquent, je crois, les résultats des expériences rappelées par M. Lallemand⁽¹⁾. En ce qui concerne la Terre une cause de dissymétrie peut être cherchée, comme le fait M. Belot, dans la rencontre d'un nuage cosmique.

Quoi qu'il en soit, il faut, quand on aborde ce genre de questions, ne pas perdre de vue le travail des forces élastiques. La géométrie ne suffit pas; elle conduirait même, ainsi que je l'ai fait observer, à nier toute possibilité de déformation.

GÉOLOGIE. — *Sur le bord externe des chaînes subalpines à l'Est de Valence (Drôme) et sur la brèche des PIALOUX.* Note ⁽²⁾ de MM. W. BILIAN et G. SAYN.

Il a été signalé depuis longtemps, à l'Est de Valence, une série d'anomalies intéressantes dans la structure des collines qui constituent les premiers contreforts des chaînes subalpines. Nous rappellerons en particulier l'existence au Sud de Barcelone d'une *brèche calcaire* très particulière, décrite par Scipion Gras, puis par Ch. Lory et indiquée comme oligocène sur la Carte géologique détaillée au 80 000^e, ainsi que le lambeau miocène marin des PIALOUX curieusement intercalé entre cette brèche et l'Oligocène lacustre renversé.

Une étude récente de cette région nous permet de proposer une explication de ces faits ainsi que de la structure générale de la bordure subalpine à l'Est de Montvendre.

Lorsque l'on quitte la région des terrasses et cônes de déjections pléistocènes de la Vallée du Rhône, pour se diriger vers l'Est, on rencontre successivement :

1^o A l'Est de Chabeuil, des collines constituées par de la mollasse marine vindobonienne dessinant un synclinal qu'occupent les dépôts lacustres du Pontien, bien connus par les travaux de F. Fontannes et de G. Sayn.

2^o Une série d'assises miocènes marines ⁽³⁾ verticales puis renversées, auxquelles font suite des couches oligocènes lacustres également renversées; assises, étudiées par Fontannes, puis par M. Depéret.

⁽¹⁾ *Comptes rendus*, t. 179, 1924, p. 1561.

⁽²⁾ Séance du 29 décembre 1924.

⁽³⁾ Certaines couches de cette Mollasse sont riches en Bryozoaires noduleux très caractéristiques.

3°. Une importante et puissante assise de *brèche* formée de débris anguleux de calcaires urgoniens et barrémiens inférieurs (à *Holcodiscus*). Cette brèche, qui présente l'aspect d'une mylonite, est cependant stratifiée en assises verticales ou renversées vers l'Ouest : le ciment qui unit ses blocs est lui-même formé de petits fragments de calcaire urgonien broyé.

Aux PIALOUX, l'on voit s'intercaler entre cette brèche et l'Oligocène un lambeau de mollasse marine burdigalienne.

Cette brèche fait place, au Nord, à des calcaires urgoniens normaux et massifs, dont, après une interruption de quelques centaines de mètres, elle paraît occuper la place au Sud de la Tour de Barcelone, près des Auléas.

4° Des bancs du Barrémien inférieur et de l'Hauterivien que surmonte (*en discordance mécanique*) une puissante série valanginienne peu inclinée, supportant elle-même une série normale hauterivienne et urgonienne.

La succession que nous venons de décrire est déterminée par l'existence des accidents tectoniques suivants, qui sont, de l'Ouest à l'Est :

1° Le synclinal de Chabeuil, formé de mollasse miocène et de Pontien lacustre ;

2° Un anticlinal (renversé) à noyau oligocène ;

3° Un synclinal (des PIALOUX) réduit à quelques lambeaux miocènes discontinus pincés entre l'Aquitainien et la *brèche mylonitique* décrite plus haut ;

4° L'*anticlinal de Barcelone* comprenant l'Urgonien de Barcelone et un peu de Barrémien et d'Hauterivien ; mais réduit aussi plus au Sud à une lame de *brèche mylonitique* limitée elle-même à l'Ouest par une ligne de contact anormal qui localement sépare seule le Barrémien du Tertiaire sur près de 1^{km} ;

5° L'*anticlinal de Raye*, à noyau valanginien, refoulé de l'Est à l'Ouest sur le précédent ;

6° Si l'on se dirige vers le Nord-Ouest, on voit qu'il existe plus à l'Est encore un autre pli, l'*anticlinal de Penet*, refoulé sur l'anticlinal de Raye et qui fait apparaître à l'Est de Barbière des noyaux tithoniques.

Ainsi apparaît la structure complexe du bord externe des chaînes subalpines des environs de Valence qui se résout en un *empilement de plis* fortement *refoulés vers l'Ouest*.

Il convient de rappeler que les plis dont il s'agit ici sont notablement extérieurs à ceux de la cluse de l'Isère (Grenoble-Voreppe) et au synclinal asymétrique du Royans qui, tous, témoignent nettement d'un *refoulement analogue vers l'Ouest*, ainsi qu'on le constate d'ailleurs sur le flanc gauche

de la vallée de la Drèvenne, près de Saint-Gervais (Isère). Beaucoup plus au Sud, les environs de Saint-Jurs (Basses-Alpes) accusent *également un refoulement post-miocène vers l'extérieur de la chaîne* des plis de la bordure qui ont, d'ailleurs ici, interféré avec des accidents provençaux antérieurs⁽¹⁾.

La généralité d'un déversement accentué des plis de la bordure extérieure des Alpes françaises sur leur avant-pays est désormais établie et cette notion doit être substituée à la conception trop simpliste qu'avaient adoptée nos prédécesseurs.

ZOOLOGIE. — *Les Nématés, nouvel embranchement du règne animal.*

Note⁽²⁾ de M. PAUL VUILLEMIN.

Les Némathelminthes ne sont ni des Vers ni des Arthropodes; ils forment avec les Échinodérides l'embranchement des Nématés.

Sous le nom d'Helminthes ou Vers intestinaux, les médecins réunissent des animaux parasites de consistance molle, de forme allongée ou courte et, dans ce dernier cas, aplatie ou globuleuse, dépourvus de membres.

Du point de vue zoologique le groupe des Helminthes est hétérogène. On en distrait sans peine les larves vermiformes d'Insectes. Débarrassés des Arthropodes, les Helminthes sont partagés en deux sections qui n'ont pas d'affinité entre elles, les Némathelminthes et les Plathelminthes. Indépendamment de la longueur, les premiers ont une section transversale circulaire, les seconds ont une épaisseur inférieure à la largeur; cette différence est exprimée par les désignations vulgaires de Vers ronds et de Vers plats.

Les Plathelminthes appartiennent à l'embranchement des Vers et à la classe des Annélides; ils forment, au voisinage des Oligochètes, une sous-classe caractérisée par la livrée du parasitisme, reconnaissable même dans les formes émancipées telles que les Turbellariés. Les Plathelminthes dérivent des Oligochètes libres. Ce sont des Vers dégradés.

Les Némathelminthes n'appartiennent pas à l'embranchement des Vers; ils forment une classe de l'embranchement des Nématés. C'est une classe

(1) W. KILIAN et A. LANQUINE, *Comptes rendus*, t. 178, 1924, p. 1503, et *Bulletin Serv. Carte géol. de France*, 1924, n° 134.

(2) Séance du 29 décembre 1924.

de parasites; les adaptations parasitaires masqueraient leurs affinités, si nous n'y connaissions un ordre où la vie libre, précédant la vie parasite, maintient, au début de l'ontogénie, les caractères distinctifs d'une autre classe de Nématés qui vit en liberté dans l'eau. Ce témoin du passage des caractères d'un animal aquatique à ceux d'un parasite est l'ordre des Gordiens. L'espèce libre à laquelle un Gordien ressemble tant qu'il n'est pas modifié par le parasitisme appartient au genre *Echinoderes*, type de la classe des Échinodérides qui comprend les Nématés vivant indéfiniment en liberté dans l'eau. Le corps est segmenté dans la larve échinodéroïde des Gordiens comme chez les Échinodérides.

Les Nématés ressemblent aux Arthropodes par la cuirasse cuticulaire qui revêt le corps, entraînant les mues de croissance. Toutefois la cuticule rigide n'a pas la constitution chimique de la chitine, habituelle chez les Arthropodes. L'absence de membres articulés, de trachées ou de branchies pourrait être envisagée comme la suppression d'organes superflus pour un parasite, si elle n'était constante chez les Échinodérides qui ne subissent pas l'influence du parasitisme. Les Nématés constituent donc un embranchement inférieur aux Arthropodes.

Les différences à l'égard des Vers sont aussi capitales. S'ils sont vermiciformes, les Nématés n'offrent pas trace des organes les plus caractéristiques des Vers, les néphridies ou organes segmentaires, dont on retrouve des vestiges, surtout au début de l'ontogénie, chez de nombreux Plathelminthes.

Le mode de progression d'un Nématé, par exemple d'un *Ascaris*, est tout autre que celui d'un Ver de terre. Le Ver se déplace par mouvements alternatifs d'allongement et de rétraction, l'*Ascaris* à la façon d'un Serpent, par flexion au niveau des articulations de l'étui cuticulaire.

Les anciens Grecs, bons observateurs, avaient, dans la langue vulgaire, des mots différents pour désigner le Ver de terre δρεῖλος et le Némathelminthe qui lui ressemble le plus ἀσκαρίς. Ce dernier nom a pour racine σκαίρω et ses dérivés ἀσκαίρω, ἀσκαρίζω qui en diffèrent par l'addition du préfixe ἀ explétif, non privatif. Tous ces verbes signifient palpiter, bondir, sauter. Le nom d'ἀσκαρίς oppose à la progression lente et graduelle du δρεῖλος le mouvement de l'ἀσκαρίς qui se trémousse, se tortille, s'agite sur place ou progresse par saccades.

La simple observation du mouvement suffit à opposer le Némathelminthe au Ver et la séparation est corroborée par l'anatomie comparée. La connaissance de la structure est nécessaire pour distinguer les Némathelminthes des Arthropodes; à son défaut les Grecs confondaient sous le même

nom d'ἀσκαρίδες les larves aquatiques de Diptères tels que Tipules et Cousins, qui présentent dans l'eau les mêmes mouvements saccadés que les parasites vermiformes de l'intestin.

Les Latins, moins analystes, confondaient le Ver et l'Ascaride sous le nom de *Lumbricus*. Les naturalistes modernes séparent les genres *Ascaris* et *Lumbricus*, tout en marquant l'analogie par le nom spécifique d'*Ascaris lumbricoides*. Les praticiens, qui dépensent leur sagacité analytique sur un autre terrain que la zoologie, retardent sur l'antiquité grecque, quand ils parlent négligemment de lombricoses, de lombrics parasites. Un langage plus précis ne leur coûterait guère et préviendrait de fâcheuses confusions.

Dujardin (1851) considérait le genre *Echinoderes* Claparède comme intermédiaire entre les Arthropodes et les Vers. En réalité, la classe des Échinodérides ne touche ni à l'un ni à l'autre de ces embranchements. C'est le type primitif, libre, de l'embranchement des Nématés.

Malgré l'absence de documents paléontologiques, l'antiquité de la classe n'est pas douteuse. Elle est représentée actuellement par des animaux surtout marins. Leur rareté, leur diversité permettent d'y voir les débris épars d'un groupe en voie d'extinction, dans lequel les formes intermédiaires ont disparu.

Leur lignée a vraisemblablement décliné avec la température extérieure, trouvant son principal refuge dans le corps des animaux à sang chaud, où les formes primitivement pélagiques rencontrent des liquides sensiblement isotoniques à l'eau de mer.

Outre le genre *Echinoderes*, la classe renferme le genre *Chaetonotus*, qui avait été égaré avec les *Echinoderes* parmi les Rotifères et qui est le type des Ichtydines de Metchnikoff, des Gastérotroches d'Edm. Perrier, le genre *Sagitta* hermaphrodite dont Claus faisait l'ordre des Chétognathes inscrit parmi les Némathelminthes à la suite des Nématodes, le genre *Oncolaimus* Dujardin et le genre *Rhabdogaster* Metchn., respectivement rangés dans les familles des Énoplides et des Chétosomidés que l'on place d'habitude dans l'ordre des Nématodes.

Les Némathelminthes forment dans l'embranchement des Nématés une classe de parasites dérivée de la classe des Échinodérides.

CHIMIE. — *Sur le pouvoir absorbant de l'Agar-Agar.*

Note (1) de M. JEAN EFFRONT.

L'Agar-Agar qui, d'après Samec et Ssajevic, doit être envisagé comme un éther sulfurique de la gélose, absorbe les acides, les alcalis, ainsi que les sels métalliques. Comment doit être interprétée cette action complexe ?

Pouvoir absorbant acide et composition saline de l'agar.

Cendres %.	Insolubles.	H ² SO ⁴ .	Calcium.	P ² O ⁵ .	Alcalinité.	Absorption HCl $\frac{n}{10}$.
3,4	0,7	2,5	0,59	0,034	440	280

Pour déterminer le pouvoir absorbant, acide ou alcalin, on introduit dans 100^{cm³} de la solution $\frac{n}{16}$ une quantité d'agar correspondant à 1^g,25 de matière sèche. Après 12 heures de digestion à 20°, on titre le filtrat. Pour 100^g on trouve une absorption de 280^{cm³} de HCl $\frac{n}{10}$. L'agar initial est neutre à la phénolphthaléine. Comme les cendres provenant de 100^g exigent pour leur neutralisation 440^{cm³} de HCl $\frac{n}{10}$, on peut admettre que le pouvoir absorbant acide provient de l'alcalinité de la substance minérale contenue dans la pulpe. Si l'on adopte cette explication, on doit s'attendre à ce que l'absorption de l'acide par l'agar diminue avec la déminéralisation progressive de celui-ci; de plus les ions H provenant de l'acide doivent être fixés sur la pulpe tandis que l'anion doit se retrouver sous forme de sel dans la solution.

	Cendres % de l'agar.	Alcalinité des cendres.	PH (solution 1%).	Cl dans la solution. mg	Absorption (HCl).
I.....	3,4	440	6,7	224	280
II.....	3,0	380	—	224	215
III.....	2,5	260	4,6	225	180
IV.....	2,3	130	—	223	70
V.....	1,28	30	3,3	225	0

Dans les essais II à V, l'agar a été traité à différentes reprises par l'acide. Les produits plus ou moins fortement déminéralisés sont d'abord lavés à

(1) Séance du 29 décembre 1924.

fond à l'eau, puis ils sont mis de nouveau en contact avec $\text{HCl } \frac{n}{16}$. L'agar amené à une teneur en cendres de 1,28 pour 100 n'absorbe plus l'acide. Les teneurs en Cl des filtrats I à V apportent la preuve que le Cl ne pénètre pas dans la pulpe.

Des essais analogues ont été faits avec des pulpes de betteraves riches en pectines et déminéralisées à différents degrés.

	Cendres %.	Alcalinité.	Cl dans le filtrat. mg	Absorption (HCl).
Betterave crue.....	2,00	472	226	250
« bouillie.....	1,92	360	»	170
Traitée par CH_3COOH .	1,4	196	»	150
Traitée par HCl	1,2	81	224	40

La pulpe de betterave se comporte comme l'agar. 100^g de pulpe crue fournissent des cendres dont l'alcalinité correspond à $472 \text{ cm}^3 \frac{n}{10}$. Le pouvoir absorbant acide est de 250. La pulpe déminéralisée avec HCl et dont les cendres donnent 81 d'alcalinité a seulement un pouvoir de 40. Dans le cas de la betterave, l'acide agit sur l'organate en formant des sels solubles qui se retrouvent dans la solution.

Avec l'alcali, l'agar se comporte tout à fait autrement qu'avec l'acide. La base pénètre dans la pulpe et ensuite se laisse difficilement enlever. De plus la teneur en cendres ne joue pas le même rôle que précédemment.

	Cendres.	PH.	$\text{NaOH } \frac{n}{10}$ absorbé.	Réaction.
Agar ordinaire.....	3,4	6,7	724	neutre
» déminéralisé.....	2,9	5,7	680	acide
» » 1,28		3,3	550	$\left(1^{\text{e}} = 3,2 \frac{n}{10}\right)$

100^g d'agar, neutre à la phénolphtaléine, absorbent 724 cm^3 de $\text{NaOH } \frac{n}{10}$. L'agar, fortement déminéralisé, exigeant, pour la neutralisation de 1^{er}, $3 \text{ cm}^3, 2$ de $\text{NaOH } \frac{n}{10}$ en présence de phénolphtaléine, possède seulement un pouvoir absorbant alcalin de 550. Pour mieux se rendre compte du mécanisme de l'absorption de l'alcali, on a cherché à établir sous quel état la substance absorbée se trouvait dans la pulpe.

8^g d'agar sec sont mis en présence de 200 cm^3 d'eau de chaux. Après 12 heures, on sépare la pulpe du liquide et l'on en détermine le poids. L'ana-

lyse du filtrat (n° 2) nous fournit des données sur la quantité de chaux pénétrée dans la pulpe. On cherche alors à retirer de la pulpe la chaux absorbée, d'abord par un lavage à l'eau (n° 3) et ensuite par un traitement à l'acide (n° 4). Par ces moyens on arrive à récupérer 67 pour 100 de l'alcali disparu au cours de l'absorption. Le reste de la chaux se trouve retenu presque exclusivement sous forme de sulfate.

	Alcalinité $\left(\frac{n}{10}\right)$.	Calcium.
1. Au début	84,5 ^{cm³}	169 ^{mg}
2. Dans le filtrat	25,7	69,3
3. Dans l'eau de lavage	24,9	51,3
4. Par le traitement à l'acide	14,5	29,7

Au début, l'alcalinité apportée par l'eau de chaux correspond à $84^{\text{cm}^3}, 5 \frac{n}{10}$. Après 12 heures on retrouve dans le liquide seulement $25^{\text{cm}^3}, 7 \frac{n}{10}$. Sur les $58^{\text{cm}^3}, 7 \frac{n}{10}$ pénétrés dans la pulpe, le lavage par eau en enlève 24,9. La pulpe lavée est alors diluée dans 500^{cm^3} d'eau. On constate une très faible alcalinité à la phénolphthaléine. Par addition de 1^{cm^3} de HCl $\frac{n}{10}$, le mélange devient franchement acide. La pulpe incolore se dépose au fond.

Au bout de quelques minutes elle prend une couleur rose qui s'accroît de plus en plus et finit par passer au rouge; le liquide surnageant reste incolore. Si l'on agite, la pulpe se décolore très rapidement et le liquide devient rose. Par addition de nouvelles quantités d'acide, on arrive à la décoloration, mais la pulpe se colore de nouveau après quelque temps. Le phénomène se reproduit ainsi jusqu'à ce que l'on ait introduit $14^{\text{cm}^3}, 5$ d'acide $\frac{n}{10}$.

Dans les n°s 3 et 4, le calcium trouvé par pesée correspond sensiblement à l'alcalinité de la solution. Ainsi, la chaux absorbée dans la pulpe se laisse extraire à l'état libre. Cependant, le passage de la pulpe de l'état neutre à l'état alcalin, que nous avons constaté précédemment, nous démontre que la chaux ne se trouve pas absorbée à l'état libre, mais à l'état de combinaison neutre qui subsiste dans un milieu faiblement alcalin, et qui se dissocie dès qu'on s'approche de la neutralité.

La dissociation de la combinaison calcique se laisse aussi constater par les variations du P_H . La pulpe ayant subi le traitement à la chaux est ensuite lavée à fond, et dissoute dans l'eau chaude à raison de 1^g dans 400^{cm^3} . On

prélève des échantillons de 10 cm^3 qu'on refroidit rapidement. On ajoute des quantités croissantes d'acide, et on les amène au même volume de 11 cm^3 . On détermine alors le P_H de ces différents échantillons dès le début et après un certain temps.

	HCl $\frac{n}{100}$	Agar traité par la chaux.		Agar non traité.	
		P_H début.	P_H après 24 heures.	P_H début.	P_H après 24 heures.
1.....	0	7,4	7,6	6,4	6,4
2.....	0,1	7,15	7,6	6,1	6,1
3.....	0,25	7,1	7,55	5,6	5,6
4.....	0,5	7,05	7,45	4,0	4,0
5.....	0,7	6,9	7,45		
6.....	1,0	6,8	7,35		

Par l'addition d'acide le P_H diminue; mais, par suite de la libération de l'alcali, il augmente au bout d'un certain temps pour se rapprocher du point de départ.

Avec l'agar non traité par la chaux, ainsi qu'avec l'agar traité par la chaux et épuisé ensuite par l'acide, on n'observe pas de variations de P_H .

La nature chimique de la combinaison, qui se forme par l'action de la chaux sur l'agar, est encore à l'étude. Cependant, les données déjà acquises nous permettent de conclure que l'agar se comporte comme une lactone se transformant très facilement en présence d'alcali en un sel neutre stable.

Les pulpes végétales, telles que les pulpes de betteraves, navets, pommes, se comportent avec l'alcali d'une manière analogue.

L'agar mis en présence d'une solution de sulfate de cuivre absorbe $18,42$ de métal pour 100. L'agar déminéralisé n'absorbe plus de cuivre; si au contraire on le traite par l'alcali on constate qu'après un lavage à fond, il absorbe une quantité de cuivre beaucoup plus forte que l'agar non traité.

L'absorption du métal se fait par déplacement, comme nous l'avons déjà démontré pour les autres pulpes végétales (¹).

En résumé, l'acide agit déjà à dose très faible sur l'agar en le déminéralisant. Le sel formé entre en solution. L'agar déminéralisé n'absorbe pas l'acide.

L'absorption de l'alcali par l'agar doit être attribué à la formation d'un sel neutre, peu stable, qui se maintient en équilibre seulement en présence d'un excès d'alcali.

(¹) *Comptes rendus*, t. 178, 1924, p. 2152.

L'absorption des métaux se fait par déplacement entre l'organate alcalin et un sel métallique.

Les pulpes végétales telles que les pulpes de betteraves, navets, pommes, se comportent de la même façon que l'agar.

CORRESPONDANCE.

M. le **SECRÉTAIRE PERPÉTUEL** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Sur l'Électrodynamique des corps en mouvement*, par A. EINSTEIN, traduit par M. SOLOVINE. (Présenté par M. P. Painlevé.)

2° *Quatre conférences sur la théorie de la Relativité faites à l'Université de Princeton*, par ALBERT EINSTEIN, traduites de l'allemand par MAURICE SOLOVINE. (Présenté par M. P. Painlevé.)

3° A. MAGNAN. *Étude sur le vol à voile dynamique. Recherches expérimentales sur la structure du vent*. (Présenté par M. A. Rateau.)

4° *Théorie nouvelle de la probabilité des causes*, par STANISLAS MILLOT. (Présenté par M. M. d'Ocagne.)

5° LOUIS PROUST. *Visions d'Afrique*.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur certains systèmes de fonctions biorthogonales*. Note de M. ANGELESCO, présentée par M. Appell.

Dans cette Note, nous définirons des classes de polynômes qui généralisent les polynômes de Jacobi, de Kummer et d'Hermite.

1. Étant donnée la suite de fonction

$$(1) \quad Q_n(x) = \frac{d^n x^n (1-x)^n \varphi(x)}{dx^n} \quad (n = 0, 1, 2, \dots),$$

proposons-nous de déterminer une suite de polynômes $P_0, P_1(x), P_2(x), \dots$, le degré du polynôme étant égal à son indice, de manière que

$$\int_0^1 Q_n(x) P_m(x) dx = 0$$

pour $m \neq n$. Nous supposons la fonction $\varphi(x)$ telle que l'expression

$x(1-x)\varphi(x)$ soit égale à zéro pour $x=1$ et $x=0$; les intégrales

$$\int_0^1 x^n (1-x)^n \varphi(x) dx \quad (n=0, 1, 2, \dots)$$

étant toutes différentes de zéro. Nous déterminerons le polynôme $P_n(x)$ par les n conditions

$$\int_0^1 P_n(x) Q_i(x) dx = 0 \quad (i=0, 1, 2, \dots, n-1),$$

ou bien, en tenant compte de la forme (1) des fonctions $Q_i(x)$, par les n relations

$$\int_0^1 P_n^{(i)} x^i (1-x)^i \varphi(x) dx = 0 \quad (i=0, 1, 2, \dots, n-1),$$

où $P_n^{(i)}$ désigne la dérivée d'ordre i de $P_n(x)$. Les coefficients du polynôme P_n pourront être ainsi déterminés, à un même facteur constant près, sans indétermination possible. On voit immédiatement que la suite de polynômes $P_0, P_1(x), P_2(x), \dots$ ainsi déterminés, forme un système biorthogonal avec la suite de fonctions (1).

2. Considérons de même la suite de fonctions

$$(2) \quad Q_n(x) = \frac{d^n x^n \varphi(x)}{dx^n} \quad (n=0, 1, 2, \dots)$$

et déterminons le polynôme

$$P_n(x) = x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_0$$

par les n conditions

$$(3) \quad \int_0^\infty P_n(x) Q_i(x) dx = 0 \quad (i=0, 1, \dots, n-1).$$

La fonction $\varphi(x)$ est supposée telle que les intégrales

$$\int_0^\infty x^p \frac{d^q \varphi(x)}{dx^q} dx,$$

où p et q sont des entiers positifs ou nuls, aient toutes un sens. Il résulte de là, en particulier, que les expressions $x^p \varphi^{(q)}(x)$ sont égales à zéro pour $x=\infty$. Nous supposerons, de plus, que les intégrales

$$(4) \quad \lambda_p = \int_0^\infty x^p \varphi(x) dx$$

sont toutes différentes de zéro. Les conditions (3) peuvent se mettre sous la forme

$$\int_{-\infty}^{+\infty} P_n^{(i)} x^i \varphi(x) dx = 0 \quad (i = 0, 1, \dots, n-1);$$

on peut donc les remplacer par la condition unique : que l'on ait, quel que soit α ,

$$\int_0^\infty P_n(x + \alpha x) \varphi(x) dx = \lambda_n \alpha^n.$$

On tire de là, en tenant compte de (4),

$$\lambda_n (1 + \alpha)^n + a_{n-1} (1 + \alpha)^{n-1} \lambda_{n-1} + \dots + a_0 \lambda_0 = \lambda_n \alpha^n$$

et par suite, pour les valeurs des coefficients du polynome $P_n(x)$,

$$a_{n-i} = (-1)^i \frac{\lambda_n}{\lambda_{n-i}} \frac{n(n-1) \dots (n-i+1)}{1 \cdot 2 \dots i} \quad (i = 1, 2, \dots, n).$$

La suite de polynômes $P_n(x)$ ainsi déterminés et la suite de fonctions (2) forment un système biorthogonal.

3. Pour déterminer la suite de polynômes qui généralisent les polynômes d'Hermite, considérons la suite de fonctions

$$(5) \quad Q_n(x) = \frac{d^n \varphi(z)}{dx^n} \quad (n = 0, 1, 2, \dots),$$

$\varphi(x)$ étant une fonction telle que les intégrales

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x^p \frac{d^q \varphi(x)}{dx^q} dx$$

aient toutes un sens et que l'intégrale $\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x) dx$ ne soit pas nulle.

La détermination du polynome $P_n(x)$ par les n conditions

$$\int_{-\infty}^{+\infty} P_n(x) \frac{d^i \varphi(x)}{dx^i} dx = 0 \quad (i = 0, 1, \dots, n-1)$$

est toujours possible, car ces conditions peuvent être mises sous la forme

$$(6) \quad \int_{-\infty}^{+\infty} P_n^{(i)} \varphi(x) dx = 0 \quad (i = 0, 1, \dots, n-1).$$

Les polynômes $P_n(x)$ ainsi déterminés sont biorthogonaux aux fonctions (5).

Remarquons que les conditions (6) expriment que les polynômes $P_n(x)$ sont de la classe de polynômes de M. Appell, car les polynômes P_n et P'_{n+1} satisfaisant aux mêmes conditions (6), ne diffèrent que par un facteur constant. La fonction génératrice $\psi(a)e^{ax}$, au sens de M. Appell, de ces polynômes, se détermine facilement, car on doit avoir

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x) [\psi(a)e^{ax}] dx = \psi(0) \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x) dx,$$

d'où l'on tire la valeur de $\psi(a)$.

4. Les considérations précédentes peuvent être étendues. En partant des fonctions Q_n plus générales

$$Q_n = \frac{d^n x^n (1-x)_n \varphi_n(x)}{dx^n},$$

on pourra déterminer les polynômes $P_n(x)$ correspondants.

On peut aussi passer au cas de plusieurs variables.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur un cercle où une fonction holomorphe prend au moins deux fois en tout les valeurs 0 et 1.* Note de M. A. BLOCH, présentée par M. Hadamard.

L'obtention des résultats les plus complets dans la théorie des fonctions méromorphes dans un cercle, où elles prennent un nombre déterminé de fois chacune des valeurs 0, 1, ∞ , est compliquée par le fait que ces fonctions ne se ramènent généralement pas les unes aux autres par variation continue, à l'opposé de ce qui a lieu pour les fonctions ne prenant pas les valeurs 0, 1, ∞ ; elles se divisent en une infinité de classes complètement distinctes entre elles.

Fait exception le cas d'une fonction ne devenant pas égale à 0 ni ∞ , devenant une fois égale à 1; le domaine riemannien qui lui correspond est porté par un domaine *extrémal* que l'on peut définir comme il suit : considérons la riemannienne à une infinité de feuilletés correspondant à la fonction modulaire; elle est composée d'une infinité d'hémisphères, dont deux consécutifs se raccordent suivant 0-1, 1- ∞ , ou ∞ -0; en séparant l'un de l'autre deux de ces hémisphères raccordés suivant ∞ -0, on divise la riemannienne modulaire en deux morceaux, qu'il suffit de relier par l'intermédiaire d'une sphère entière fendue suivant ∞ -0 pour obtenir la riemannienne extrémale cherchée.

Le cas d'une fonction holomorphe prenant deux fois la valeur 1 sans prendre la valeur 0, ou celui d'une fonction holomorphe prenant une fois chacune des valeurs 0 et 1, donne déjà lieu à une infinité de configurations essentiellement différentes, chacune d'elles caractérisée sur la sphère trouée en 0, 1, ∞ par un chemin partant de 1 pour y revenir, ou par un chemin partant de 0 pour aboutir en 1. Le domaine riemannien correspondant à la fonction est encore porté pour chaque configuration par un certain domaine extrémal simplement connexe dont la représentation conforme sur un cercle ou, le cas échéant, sur la sphère ponctuée ou la sphère complète, sera nécessaire pour la résolution des problèmes qui peuvent se poser; il n'est d'ailleurs pas quelconque sur ce domaine extrémal, mais doit y jouir de quelques propriétés simples, de même par exemple que dans le cas de l'alinéa précédent il devait couvrir, exactement une fois, le point 1 de la sphère de jonction.

Des considérations analogues s'appliqueraient probablement au cas général. Nous calculerons seulement la valeur exacte $R(a_0, a_1)$ du rayon du plus grand cercle ayant l'origine pour centre dans lequel la fonction $a_0 + a_1 x + \dots$ puisse être holomorphe et non nulle et ne prendre qu'une fois la valeur 1. Il faut d'abord trouver la fonction réalisant la représentation conforme sur le cercle-unité de la riemannienne extrémale construite plus haut. Soit $z = \lambda(t)$ la fonction modulaire représentant sur la sphère des z le demi-plan supérieur des t , le triangle mixtiligne $\infty-1-0$ des t correspondant à l'hémisphère des z limité par le grand cercle $1-0-\infty$; alors en posant $t = \frac{\log \xi}{\pi i}$, la fonction uniforme

$$z = \lambda\left(\frac{\log \xi}{\pi i}\right)$$

fait correspondre la riemannienne obtenue ci-dessus au cercle-unité des ξ .

Maintenant, à l'infinité de manières différentes de placer a_0 sur un feuillet de la riemannienne correspond une infinité de configurations différentes; à chacune correspond un rayon maximum résultant comme on sait de la représentation conforme elle-même, il faut trouver le plus grand de tous ces rayons. Or dans la relation $t = \frac{\log \xi}{\pi i}$, un arc infinitésimal du demi-plan des t , de longueur non euclidienne constante, donne un arc de longueur non euclidienne d'autant plus petite dans le cercle-unité des ξ qu'il est lui-même plus éloigné de l'axe réel des t ; d'autre part il est connu que de tous les points homologues du réseau modulaire, le plus éloigné de

l'axe réel est celui qui se trouve dans le quadrilatère ayant un sommet à l'infini. Il résulte de là que c'est en prenant a_0 sur la sphère de jonction qu'on aura le plus grand $R(a_0, a_1)$ de tous les rayons.

Si $t = v(z)$ est la valeur principale de la fonction modulaire inverse, c'est-à-dire celle située dans le quadrilatère infini, on a la formule

$$R(a_0, a_2) = \frac{1}{|a_1|} \frac{2 \operatorname{sh} \pi \Im v(a_0)}{\pi |v'(a_0)|}.$$

Pour trouver maintenant la valeur exacte du rayon du cercle où la fonction $a_0 + a_1 x + \dots$, supposée holomorphe, prend au moins deux fois en tout les valeurs 0 et 1, on a à choisir entre $R(a_0, a_1)$ et $R(1 - a_0, a_1)$. Il s'agit, un point étant donné à l'intérieur d'un triangle à côtés circulaires tangents entre eux, de voir quel est le sommet qu'il faut envoyer à l'infini par une inversion pour que, après cette transformation, le point soit le plus éloigné (proportionnellement) de la droite joignant les deux sommets demeurés à distance finie. On obtient le résultat suivant :

La limite exacte du rayon du cercle où la fonction $a_0 + a_1 x + \dots$, supposée holomorphe, prend au moins deux fois en tout les valeurs 0 et 1 est $R(a_0, a_1)$ ou $R(1 - a_0, a_1)$, suivant que la partie réelle de a_0 est supérieure ou inférieure à $\frac{1}{2}$.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur une classe des fonctions d'intervalle.*

Note (1) de M. S. SAKS, présentée par M. Émile Borel.

1. $f(\delta)$ étant une fonction d'intervalle $\delta < R$ et x étant un point quelconque de R , $\bar{f}(x)$ [respectivement $\underline{f}(x)$] désigne le nombre dérivé supérieur (respectivement inférieur) de $f(\delta)$ au point x , c'est-à-dire la limite supérieure (respectivement inférieure) de $f(\delta) : \delta$, δ contenant x et tendant vers zéro.

On appelle, d'après M. Burkill (2), l'intégrale supérieure $\int_R \bar{f}(\delta)$, respectivement inférieure $\int_R \underline{f}(\delta)$, de $f(\delta)$ dans R , la limite supérieure (respecti-

(1) Séance du 8 décembre 1924

(2) BURKILL, *The derivatives of functions* (*Fund. Math.*, t. 5, 1924, p. 321-327).

vement inférieure) des sommes $\sum_{k=1}^n f(\delta_k)$, (δ_k) désignant une décomposition de R en un nombre fini d'intervalles n'empiétant pas et aux longueurs tendant uniformément vers zéro.

2. *Théorèmes.* — I. Une fonction continue $f(\delta)$ d'intervalle admettant dans R l'intégrale inférieure, respectivement supérieure, finie, on a presque partout dans R

$$(1) \quad \overline{f}(x) \geq \overline{\varphi}(x) \geq \underline{f}(x) \geq \underline{\varphi}(x),$$

respectivement

$$(2) \quad \underline{f}(x) \leq \underline{\varphi}(x) \leq \overline{f}(x) \leq \overline{\varphi}(x),$$

où, pour $I \subset R$, on a posé

$$\varphi(I) = \int_I f(\delta), \quad \Phi(I) = \int_I \overline{f}(\delta).$$

II. Lorsque les deux intégrales, supérieure et inférieure, sont finies simultanément, les relations (1) et (2) sont évidemment valables toutes deux; mais, de plus, l'hypothèse de la continuité de $f(\delta)$ est superflue.

Et voici quelques applications de ces théorèmes :

3. Soient $h(x)$ une fonction quelconque bornée dans $(0, 1)$ et α un nombre positif. Posons, pour l'intervalle quelconque $\delta = (x_1, x_2)$ ($0 \leq x_1 < x_2 \leq 1$),

$$(3) \quad f(\delta) = |h(x_2) - h(x_1)|^\alpha (x_2 - x_1)^{1-\alpha}.$$

J'appelle $h(x)$ à *variation bornée d'ordre α* ($\alpha > 0$), lorsque $\int_{(0,1)} \overline{f}(\delta)$ est finie. Posons pour tout x ($0 \leq x \leq 1$) :

$$U_\alpha(x) = \int_{(0,x)} \overline{f}(\delta), \quad v_\alpha(x) = \int_{(0,x)} f(\delta).$$

La fonction $h(x)$ s'appellera *absolument continue d'ordre α* , lorsqu'elle est à variation bornée de cet ordre et lorsque $U_\alpha(x)$ est absolument continue au sens habituel.

On prouve les théorèmes suivants :

A. $h(x)$ étant à *variation bornée d'ordre $\alpha > 0$* , elle est *absolument continue de tout ordre $\beta < \alpha$* ($\beta > 0$).

On s'appuie pour le montrer sur l'inégalité connue de H. Hölder.

B. $h(x)$ étant à *variation bornée d'ordre $\alpha > 0$* , elle admet presque partout

la dérivée unique et finie sommable de puissance α (pour $\alpha = 1$ on obtient le théorème bien connu de M. Lebesgue).

On le prouve à l'aide de l'inégalité (2) et du théorème de M. Denjoy et de M^{me} Young sur les nombres dérivés ⁽¹⁾.

C. $h(x)$ étant absolument continue d'ordre $\alpha > 0$, on a

$$V_{\alpha}(x) = v_{\alpha}(x) = \int_0^x [h'(t)]^{\alpha} dt.$$

Car, d'après (1) et (2), on a presque partout

$$V'_{\alpha}(x) = v'_{\alpha}(x) = [h'(x)]^{\alpha}.$$

A, B, C conduisent, en particulier pour $\alpha > 1$, au résultat connu de M. Hahn ⁽²⁾ sur l'intégrale de M. Hellinger. En effet, on a

$$W_{\alpha}(x) = \int_0^x \frac{dh^{\alpha}}{dx^{\alpha-1}}.$$

On obtient donc de (A) et (B) ⁽³⁾ la condition suivante de M. Hahn : pour que l'intégrale

$$\int_0^1 \frac{dh^{\alpha}}{dx^{\alpha-1}} \quad (\alpha > 1)$$

existe il faut que $h(x)$ soit absolument continue et à dérivée sommable de puissance α . La transformation de l'intégrale de M. Hellinger effectuée par M. Hahn découle de (C), car, pour $\alpha > 1$, toute fonction à variation bornée d'ordre α est, à la fois, absolument continue de cet ordre.

4. Soient $g(x)$ une fonction quelconque et $h(x)$ une fonction bornée. Soit $f(\delta)$ la fonction d'intervalle définie de la manière suivante : Lorsque

$$\delta = (x_1, x_2) \quad (0 \leq x_1 < x_2 \leq 1), \quad f(\delta) = l(\delta)[g(x_2) - g(x_1)],$$

où $l(\delta)$ désigne la borne supérieure de $h(\gamma)$ dans δ lorsque

$$g(x_2) - g(x_1) < 0,$$

et la borne inférieure dans le cas inverse. L'intégrale inférieure, au sens de

⁽¹⁾ DENJOY, *Journ. de Math.*, 7^e série, t. 1, 1915, p. 105. — C.-G. YOUNG, *Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 428.

⁽²⁾ HAHN, *Monatshefte f. Math. und Phys.*, t. 23, 1912, p. 161-183.

⁽³⁾ En y posant $\alpha > 1$ et $\beta = 1$.

M. Burkil $\int_{[0,1]} f(\delta)$, est l'intégrale de Stieltjes $\int h dg$. On détermine de façon analogue l'intégrale supérieure de Stieltjes.

En s'appuyant sur le théorème II (§ 2) on peut donner à la propriété connue des intégrales de Darboux ⁽¹⁾ la généralisation suivante :

$h(x)$ étant une fonction bornée dans $(0, 1)$ et $g(x)$ une fonction presque partout dérivable, l'égalité suivante a lieu presque partout, pourvu que les intégrales de Stieltjes $\int f dg$, $\int f dg$ soient finies :

$$\varphi'(x) = l_1(x) g'(x), \quad \Phi'(x) = l_2(x) g'(x),$$

où

$$\varphi(x) = \int_0^x h dg, \quad \Phi(x) = \int_0^x h dg,$$

$l_1(x) = [\text{resp. } l_2(x)]$ désigne la borne supérieure (respectivement inférieure) de $h(x)$ au point x lorsque $g'(x) < 0$, et la borne supérieure (respectivement inférieure) lorsque $g'(x) \geq 0$.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur la détermination expérimentale du paramètre de précision.* Note ⁽²⁾ de M. J. HAAG, présentée par M. Émile Borel.

1. On sait qu'on peut déduire le paramètre de précision d'une série de n mesures, en utilisant l'écart moyen, ou l'écart moyen quadratique, ou plus généralement l'écart d'ordre p . Dans le deuxième cas, on peut très simplement tenir compte du fait que les écarts observés ne sont pas les écarts réels, puisqu'il suffit de diviser la somme de leurs carrés par $n - 1$ au lieu de n ⁽³⁾. Il n'existe, à notre connaissance, aucune règle analogue pour les autres cas. Nous nous proposons, dans ce qui va suivre, de combler cette lacune.

2. Envisageons tout de suite le cas général de l'écart d'ordre p . Appelons x_i les erreurs réelles et x'_i les erreurs apparentes. On a

$$x'_i = x_i - \frac{\sum x_k}{n}.$$

⁽¹⁾ Cf. par exemple DE LA VALLÉE POUSSIN, *Intégrales de Lebesgue*, 1916. p. 54-65.

⁽²⁾ Séance du 29 décembre 1924.

⁽³⁾ Voir, par exemple, J. BERTRAND, *Calcul des probabilités*, p. 203.

L'écart apparent e est $|x'_i|$. Cherchons la valeur probable V_p de e_i^p , en supposant l'unité d'écart égale à 1. On a

$$V_p = \frac{1}{(\sqrt{\pi})^n} \int \left| x_1 - \frac{\sum x_k}{n} \right|^p e^{-\sum x_i^2} dx_1 dx_2 \dots dx_n.$$

Faisons une substitution orthogonale sur les x_i , en définissant la première des nouvelles variables y_i par la formule

$$y_1 = \frac{n x_1 - \sum x_k}{\sqrt{n(n-1)}}.$$

Il vient

$$V_p = \left(\frac{n-1}{n} \right)^{\frac{p}{2}} \frac{1}{(\sqrt{\pi})^n} \int |y_1|^p e^{-\sum y_i^2} dy_1 dy_2 \dots dy_n,$$

$$V_p = \left(\frac{n-1}{n} \right)^{\frac{p}{2}} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \Gamma\left(\frac{p+1}{2}\right).$$

Dès lors, si u désigne l'écart unitaire inconnu, on doit le calculer par la formule

$$(1) \quad \frac{\sum e_i^p}{n} = V_p u^p.$$

Pour $p=2$, $V_2 = \frac{n-1}{2n}$; on retrouve la formule connue.

Pour $p=1$, $V_1 = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{n-1}{n}}$, on a

$$\frac{u}{\sqrt{\pi}} = \frac{\sum e_i}{\sqrt{n(n-1)}}.$$

La correction consiste donc à diviser par $\sqrt{n(n-1)}$, au lieu de n .

3. Revenons au cas général et cherchons l'erreur à craindre quand on emploie la formule (1). A cet effet, nous allons calculer la valeur probable W_p de

$$\left[\frac{\sum e_i^p}{n} - V_p u^p \right]^2 = \frac{\sum e_i^{2p} + 2 \sum (e_i e_k)^p}{n^2} - 2 V_p u^p \frac{\sum e_i^p}{n} + V_p^2 u^{2p}.$$

On a, d'après (1),

$$W_p = u^{2p} \left(\frac{V_{2p}}{n} - V_p^2 \right) + \frac{n-1}{n} \overline{(e_1 e_2)^p}.$$

Or, si $u=1$, on a

$$\overline{(e_1 e_2)^p} = \frac{1}{(\sqrt{\pi})^n} \int \left| \left(x_1 - \frac{\sum x_k}{n} \right) \left(x_2 - \frac{\sum x_k}{n} \right) \right|^p e^{-\sum x_i^2} dx_1 dx_2 \dots dx_n.$$

Faisons encore une substitution orthogonale, en définissant les deux premières variables par les formules

$$y_1 = \frac{(nx_1 - \sum x_k) + (nx_2 - \sum x_k)}{\sqrt{2n(n-2)}}, \quad y_2 = \frac{(nx_1 - \sum x_k) - (nx_2 - \sum x_k)}{\sqrt{2n(n-2)}}.$$

Notre intégrale devient

$$\frac{1}{\pi(2n)^p} \iint |(n-2)y_1^2 - ny_2^2|^p e^{-(y_1^2+y_2^2)} dy_1 dy_2 = \frac{2A \cdot p!}{\pi(2n)^p},$$

en posant

$$A = \int_0^{\frac{\pi}{2}} |(n-2)\cos^2\varphi - n\sin^2\varphi|^p d\varphi,$$

intégrale facile à calculer pour toutes les valeurs entières et positives de p .

Finalement, l'erreur relative à craindre sur u est $\frac{1}{p} \lambda^{\frac{1}{p}}$, en posant

$$\lambda = \frac{1 \cdot 3 \dots (2p-1)\pi}{2^p \cdot n \Gamma^2\left(\frac{p+1}{2}\right)} - 1 + \frac{A p!}{n(2n-2)^{p-1} \Gamma^2\left(\frac{p+1}{2}\right)}.$$

Pour $p=2$, on trouve $\frac{1}{\sqrt{2(n-1)}}$ et, pour $p=1$,

$$\sqrt{\frac{\pi}{n} - 1} + \sqrt{\frac{n-2}{n} - \frac{2}{n} \arctan \sqrt{\frac{n-2}{n}}}.$$

Si n est très grand, elle est asymptotique à $\sqrt{\frac{\pi-2}{2n}}$, ce qui est sa valeur quand on opère sur les écarts réels (1).

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Sur l'équivalence piézométrique du débit des transports.* Note (2) de M. A. TALON, présentée par M. L. Lecornu.

Les données piézométriques de l'écoulement turbulent des fluides visqueux dans les conduites, à des vitesses pouvant varier de 5 à 5000^{cm} par seconde, permettent d'établir une comparaison intéressante entre les formules qui les interprètent et les formules empiriques de la résistance au mouvement des trains sur les voies ferrées.

(1) Cf. J. BERTRAND, *op. cit.*, p. 192.

(2) Séance du 29 décembre 1924.

D'une part, de nombreuses expériences relativement récentes, notamment celles de Stanton et Pannell, en Angleterre, ont permis d'établir que la résistance unitaire R_p à l'écoulement turbulent dans un tuyau lisse, de diamètre D , d'un fluide de viscosité cinématique ν et de densité ρ , doit être représentée par une formule à deux puissances de la vitesse moyenne U , telle que $\frac{R_p}{\rho U^2} = \alpha + \frac{B}{\left(\frac{UD}{\nu}\right)^{0,35}}$, α et β étant des coefficients sensiblement

constants dans les limites, rappelées ci-dessus, des vitesses réalisées.

D'autre part, l'examen comparatif des formules empiriques, très nombreuses, de la résistance des trains à la traction fait ressortir qu'à l'exception de celles à forme linéaire, qui se rapportent à des données limitées de vitesse, leur forme générale varie du type aux puissances première et seconde de la vitesse ($K + \lambda u + \mu u^2$) au type quadratique ($K + \mu u^2$) ou développé ($K + \lambda u^2 + \mu u^2$) avec quelques formes telles que $K + \lambda u + \mu u^{(1,8)}$ et $K + \mu u^{\frac{3}{5}}$, les coefficients K , λ et μ ayant, par ailleurs, des valeurs très diverses et assez peu comparables entre elles.

L'allure générale des courbes représentatives de ces formules est semblable à celles des courbes résumant les expériences piézométriques précitées dont la formule tend vers la loi du carré lorsque la vitesse ou le diamètre vont en croissant ou que la viscosité cinématique diminue.

Enfin diverses observations expérimentales, faites à l'occasion de divers essais de résistance à la traction des convois de transport, ont mis en évidence l'entraînement, par ces convois, d'une gaine d'air dont le déplacement développe des tourbillons et frottements aérodynamiques de l'ordre de ceux engendrés par le mouvement turbulent des fluides doués de viscosité.

Il était donc indiqué d'envisager l'identification de la formule piézométrique générale rappelée ci-dessus et des diverses formules expérimentales de la résistance des trains à la traction, pour des valeurs convenables des coefficients α et β ainsi que du coefficient de roulement K , indépendant de la vitesse et qui, évalué en kilogrammes par tonne brute remorquée, équivaut, piézométriquement, à une perte de charge égale, exprimée en millimètres par mètre.

Cette étude, qui a porté sur les divers types de formules empiriques spécifiés ci-dessus, a permis d'établir, non seulement que leur standardisation sous la forme prévue est toujours possible, mais encore que l'expression générale envisagée est apte à représenter, avec toute l'approximation

désirable, les résultats d'une série quelconque d'expériences correspondant à un modèle matériel déterminé.

Il en résulte qu'à tout type de convoi caractérisé par son tonnage total, sa longueur et sa composition (notamment au point de vue de la surface idéale afférente aux résistances aérodynamiques) correspond, par l'équivalence de la perte de charge et de l'effort de traction, un liquide, de densité et de viscosité cinématique déterminées, animé à égalité de débit massique, d'une même vitesse d'écoulement dans une conduite dont le diamètre est fixé d'après le tracé en plan des artères de transport intéressées.

Plus généralement, des relations simples d'équivalence permettent d'appliquer à certaines études de construction ou d'exploitation de ces artères les formules et procédés de l'hydraulique appliquée. Cette transposition met, notamment, en évidence, sous la forme pratique de « tonne piézométrique », la perte de charge unitaire qui constitue l'élément matériel essentiel du prix de revient de l'unité massique de transport, traduisant exactement les conditions d'exploitation des lignes et des réseaux de lignes assimilables à des réseaux, maillés ou branchés, d'alimentation.

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Nouvelles classes de solutions séculaires du problème des n corps.* Note (1) de M. W. W. HEINRICH, présentée par M. H. Andoyer.

J'ai trouvé dans un Mémoire précédent (2) certaines classes de solutions séculaires du problème des trois corps. Pour démontrer leur existence, j'ai suivi une méthode qui permet de construire les développements correspondants sans se servir de l'opération à la Delaunay, que j'avais employée auparavant (3).

Pour étudier les trajectoires séculaires analogues et valables dans le problème des n corps, on pourra se servir, comme il avait été annoncé, de la même méthode. Dans un nouveau Mémoire, qui paraîtra ailleurs sous une forme détaillée, je donne les généralisations nécessaires pour

(1) Séance du 15 décembre 1924.

(2) *Nouvelles classes des solutions séculaires du problème général des trois corps* (Publications de la Faculté des sciences de l'Université Charles, n° 15, 1923; Institut astronomique, 2^e série, n° 1. Prague, 1923).

(3) *Bull. astr.*, t. 2, 2^e série, fasc. 7, 1922, p. 425.

ce but ⁽¹⁾. Comme résultat essentiel de ces recherches préliminaires, j'indique les conditions générales pour les rotations et librations des périhélie. Je construis les séries périodiques, absolument et uniformément convergentes pour une durée infinie, exprimant analytiquement les coordonnées du problème comme fonctions du temps.

En étudiant les développements mentionnés j'ai réussi à découvrir certaines classes de solutions séculaires du problème des n corps qui pourront être désignées *de la seconde sorte*. La terminologie introduite par là est en parfaite analogie avec celle employée par H. Poincaré dans ses « Méthodes nouvelles de la Mécanique céleste », bien entendu dans le cas des solutions à période courte.

Ainsi la première sorte comprendra les solutions séculaires, dont l'excentricité disparaît avec le paramètre troublant μ .

La seconde sorte comprendra les solutions séculaires, dont l'excentricité restera différente de zéro, si l'on fait disparaître ledit paramètre.

J'ajoute que, pratiquement, les solutions de la première sorte se confondent probablement *en partie* avec les solutions étudiées F.-L. Griffin ⁽²⁾.

Au point de vue géométrique on pourra s'exprimer ainsi :

Dans le cas des solutions séculaires de la première sorte, on étudie le voisinage des orbites képlériennes circulaires ; dans le cas des solutions séculaires de la seconde sorte, on examine les prolongements analytiques des ellipses képlériennes. Comme résultat essentiel je vais fixer surtout un cas remarquable (VII) manifestement le plus général de ceux que j'ai étudiés.

On peut envisager parmi les $n - 1$ planètes quelques-unes dont les périhélie font divers nombres de révolutions complètes pendant une période séculaire. D'autres groupes de périhélie tournent avec une vitesse commune pour achever un certain nombre de tours, d'ailleurs différent de ceux du groupe précédent. Et enfin, il existe un dernier groupe de planètes, dont les périhélie restent fixes, exécutant seulement des oscillations autour de certaines directions pendant la période totale du système. Cette période ne sera aucunement liée aux périodes des mouvements dégénérés ($\mu = 0$). On pourrait appeler ce cas le cas de Laplace généralisé.

⁽¹⁾ *Sur une méthode pour étudier les trajectoires séculaires du problème des n corps* (Publ. de la Faculté des sciences de l'Université Charles, n° 15. Prague, 1925) (sous presse).

⁽²⁾ *Certain periodic orbits of k finite bodies revolving about a relatively large central mass.* (Trans. of the American Math. Soc., vol. 9, n° 1, 1908, p. 1).

Les solutions qui font l'objet du présent Mémoire se rapportent au problème plan. En prenant en considération le problème complet des n corps, à trois dimensions, on trouverait les solutions séculaires analogues à celles des troisième et quatrième sortes à période courte, étudiées déjà respectivement par H. Poincaré ⁽¹⁾ et Hugo de Zeipel.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Observations de masses mobiles de vapeur absorbante à de grandes hauteurs au-dessus de la surface solaire. Rapprochement avec les protubérances élevées, à évolution rapide.* Note de M. L. D'AZAMBUJA, présentée par M. H. Deslandres.

Le spectroenregistreur des vitesses radiales qui donne photographiquement, en quelques minutes et sur un très grand nombre de points du disque solaire, l'aspect d'une raie émise ou absorbée par une vapeur chromosphérique et les vitesses radiales de celle-ci, a révélé que certains *filaments* sont parfois le siège de mouvements violents après lesquels, le plus souvent, ils disparaissent ou demeurent très affaiblis.

Une observation très remarquable de ce phénomène a été faite à Meudon, le 11 avril 1910, par Deslandres et ses collaborateurs ⁽²⁾ qui, avec un spectroenregistreur pointé sur la raie K du calcium, remarquèrent l'aspect inaccoutumé de la composante centrale sombre K_3 de cette raie, sur une région du disque où le spectrohélogramme montrait seulement les traces d'un filament. La raie K_3 , qui conservait sa position et son intensité habituelles, était doublée, à distance variable et surtout du côté violet, par une seconde raie sombre se projetant sur K_1 . Tout se passait, disent les auteurs, comme si, la couche K_3 restant à peu près dans son état ordinaire, une grande masse de gaz au-dessus s'élevait irrégulièrement à de grandes vitesses. Le spectrohélographe, ne pouvant contenir, dans sa seconde fente fine, la raie relative à cette masse de gaz, trop déplacée par l'effet Doppler, laissait échapper la plus grande partie de la perturbation. Celle-ci, suivie au spectroenregistreur, dura quelques heures, puis toute trace du filament disparut.

Il semble que ce genre de phénomène soit relativement fréquent. Au

⁽¹⁾ *Méthodes nouvelles de la mécanique céleste*, t. 1, Paris, 1872, p. 144 et suiv.

⁽²⁾ DESLANDRES, D'AZAMBUJA et BURSON, *Comptes rendus*, t. 150, 1910, p. 1635. — Saint-John a également signalé ces phénomènes (*Astrophysical Journal*, t. 34, 1911, p. 131).

le montraient successivement en D (à 9^h), puis en E (à 9^h40^m). L'épreuve suivante (à 10^h37^m) n'en offrait plus aucune trace.

En D et en E, la vitesse radiale de l'ensemble était de 25 km/sec environ, vers l'observateur. Si l'on admet, ce qui est plausible, qu'elle a gardé sensiblement cette valeur entre 8^h6^m et 9^h40^m , et que l'on compose le déplacement qui s'en déduit avec le mouvement horizontal observé, indiqué par la flèche sur la figure 2, on en conclut que le filament a dû atteindre, à partir de la position C, déjà fort élevée probablement, une hauteur de 225 000 km, soit $\frac{1}{6}$ du diamètre solaire.

Ce résultat suggère un rapprochement intéressant avec les protubérances éphémères qui, après une croissance très rapide, atteignent des hauteurs analogues, ou même plus grandes, et s'évanouissent. Saint-John semble admettre que les deux phénomènes sont identiques (¹). Cette opinion est confirmée par une observation visuelle faite, le 28 mai 1916, par Buss (²), avec la raie H_α de l'hydrogène. L'attention de l'astronome anglais avait été attirée par la présence d'un filament remarquable, voisin du bord Est. Soudain il vit, décelés par les déplacements de la raie, des mouvements radiaux intenses se manifester sur le filament. La région où ils se produisaient se déplaçait en même temps avec une grande vitesse, comme si toute la masse de gaz s'écartait obliquement de la chromosphère. La masse en mouvement atteignit le bord, le dépassa et, de sombre qu'elle était, apparut brillante par contraste, revêtant l'aspect d'une énorme protubérance qui, elle-même, évolua et disparut rapidement.

L'estimation de la hauteur atteinte par les vapeurs absorbantes apporte une indication nouvelle de la parenté étroite qui existe entre ces vapeurs et les protubérances élevées, à évolution rapide.

OPTIQUE. — *Indice de réfraction de l'air, dans le spectre visible, entre 0° et 100°.* Note de M. ALBERT PÉRARD, présentée par M. A. Cotton.

De même que dans les expériences de René Benoît en 1888, la valeur de l'indice de réfraction de l'air que j'apporte aujourd'hui a été un résultat annexe d'une étude que j'ai entreprise au dilatomètre Fizeau. Il s'agissait de déterminer à nouveau la *constante* de cet appareil, la dilatation du trépied. Il a suffi pour recueillir les données nécessaires aux mesures d'indice de joindre à chaque observation interférentielle exécutée dans le

(¹) SAINT-JOHN, Mémoire cité.

(²) BUSS, *A remarkable solar phenomenon* (*The Observatory*, t. 39, 1916, p. 351).

vide une ou plusieurs observations exécutées dans l'air en faisant changer la pression.

L'appareil est celui qui avait été monté par Benoît; j'y ai seulement apporté les perfectionnements enseignés par l'expérience et par les progrès de l'interférométrie depuis cette époque. La différence de marche à laquelle se produisaient les interférences lumineuses atteignait 34^{mm} . L'intervalle de température s'étendait de 0° à 100° . Les radiations utilisées étaient au nombre de cinq : trois raies du mercure, l'indigo $0^{\mu},43583250$, le vert $0^{\mu},54607430$, l'ensemble des deux jaunes $0^{\mu},57695996$ et $0^{\mu},57906638$ observées au voisinage immédiat d'une concordance, et deux raies du cadmium, le vert $0^{\mu},50858220$ et le rouge $0^{\mu},64384696$. Dans une étude préliminaire comprenant 25 groupes d'expériences, chaque groupe était formé de trois expériences, l'une à pression ambiante, une autre à pression voisine de 600^{mm} , la troisième sous le vide; les trois couleurs du mercure étaient seules employées. Dans l'étude définitive comprenant 50 groupes, chaque groupe était formé de deux expériences, l'une sous le vide, l'autre à pression ambiante; les cinq couleurs intervenaient. La hauteur émergente des vis du trépied se trouvait mesurée, avec une très haute précision, en valeur absolue à 15° par les ordres d'interférences des cinq radiations dans l'air, et différentiellement à toutes températures par les observations dans le vide. Pour tenir compte de la compressibilité appréciable du trépied sous pression ambiante ou réduite, j'ai pris le module d'Young $21,4 \cdot 10^6 \text{ g/mm}^2$, résultant des expériences de Tresca et Broch, et j'ai admis 0,3 comme coefficient de Poisson.

Indice en fonction de la pression. — L'indice étant supposé représenté par la formule à deux termes en h

$$N_h - 1 = Kh(1 + \beta h),$$

chaque groupe d'expériences de l'étude préliminaire donnait un système d'équations déterminant K et β . Les 25 valeurs β fournies par les différents systèmes sont toutes extrêmement petites, avec des écarts relativement élevés. Cependant si l'on considère l'ensemble de toutes les valeurs obtenues, et que l'on étudie les moyennes d'un certain nombre d'entre elles réunies par températures voisines, on constate que toutes ces moyennes sont positives, d'un même ordre de grandeur peu différent dans les trois couleurs, sans variation systématique avec la température. Il semble donc que la moyenne générale $2,4 \cdot 10^{-6}$ (h exprimé en millimètres de mercure), qui ressort de tout l'ensemble pour β , puisse être prise en considération. Ce résultat, compte

tenu de l'imprécision relative, qu'atteste la grandeur de son erreur probable $0,6 \cdot 10^{-6}$, permet au moins d'affirmer que, si, pour la pratique des déterminations métrologiques dans l'air ambiant, les calculs de réduction admettent l'exacte proportionnalité de la réfraction à la pression, l'erreur qui peut résulter de cette approximation est tout à fait négligeable.

Indice en fonction de la température et de la longueur d'onde. — La relation

$$\frac{N_0 - 1}{1 + \alpha \theta} = N_0 - 1$$

étant admise provisoirement, les 50 groupes d'expériences de l'étude définitive donnaient, dans chacune des cinq couleurs, 50 équations à deux inconnues, d'où l'on a tiré les valeurs les plus probables ($N_0 - 1$) et α ; et l'allure des erreurs résiduelles a confirmé que cette relation s'adaptait bien aux résultats d'expérience. Les cinq valeurs de α , d'ailleurs peu différentes les unes des autres, ne paraissant manifester aucune dépendance systématique de la longueur d'onde dans cet intervalle, j'ai adopté uniformément la valeur moyenne $\alpha = 0,003716$ et recalculé pour chaque radiation la valeur la plus probable N_0 . Ce sont ces nouvelles valeurs, qui, compensées entre elles par une relation ayant la forme de celle de Cauchy, ont conduit finalement à la formule générale

$$(N - 1) 10^6 = \left(288,02 + \frac{1,482}{\lambda^2} + \frac{0,0309}{\lambda^4} \right) \frac{h(1 + \beta h)}{760(1 + 760\beta)} \frac{1}{1 + 0,003716\theta}$$

(λ longueur d'onde en microns, h pression en millimètres de mercure, θ température en degrés centigrades), où l'on peut, sans erreur appréciable, faire $\beta = 0$.

On doit estimer que cette formule donne, à quelques cent-millionièmes près, pour toute longueur d'onde comprise entre $0^{\mu},40$ et $0^{\mu},65$, aux pressions ne dépassant pas sensiblement la pression atmosphérique et dans l'intervalle de température 0° - 100° , l'indice de l'air sec et privé de gaz carbonique, la proportion d'oxygène en volume étant de $0,2094$ à $0,2104$, d'après les travaux exécutés par M. Leduc aux alentours du Pavillon de Breteuil.

OPTIQUE. — *Sur la diffusion de la lumière dans les fluides.*

Note ⁽¹⁾ de M. Y. ROCARD, présentée par M. Cotton.

Un travail récent de M. H. Martin ⁽²⁾ sur la diffusion de la lumière dans les liquides m'incite à publier quelques résultats que j'ai obtenus de mon côté. Si un faisceau parallèle de lumière naturelle se propageant suivant Ox traverse un liquide et si nous observons en un point éloigné sur Oy , nous appellerons *dépolarisation* et désignerons simplement par ρ le rapport de l'intensité de la lumière vibrant suivant Ox à celle vibrant suivant Oz . Toute la difficulté du problème réside dans la préparation de liquides optiquement purs, sans poussières ni colloïdes en suspension. Pour l'eau en particulier, cette purification optique est délicate : je suis parvenu à des résultats satisfaisants par ultrafiltration (méthode décrite dans un travail ayant fait l'objet d'un diplôme d'études). Je donne simplement ici mes résultats : une certaine pratique de l'ultrafiltration, et des essais d'autres parois filtrantes que les membranes de collodion m'amènent à penser que le diamètre des pores du filtre employé est assez secondaire ; ce qu'il faut assurer à tout prix, c'est la lenteur de la filtration, le filtre fonctionnant vraisemblablement par adsorption des colloïdes. Avec des vitesses de filtration trop grandes, j'ai observé des résultats incorrects, ρ variant pour l'eau de 0,06 à 0,11. La valeur correcte est $\rho = 0,11$ en lumière verte, et comme je l'ai observé maintes fois, ρ varie peu avec la longueur d'onde.

D'accord avec Ramanathan, j'ai constaté que cette diffusion était compliquée d'une légère fluorescence, due vraisemblablement au verre du ballon qui se dissout peu à peu dans l'eau, car une eau fraîchement distillée n'en présentait qu'à peine, et l'eau de mer examinée aussitôt après la prise dans l'océan n'en présentait pratiquement pas, tandis que trois jours après elle en montrait une proportion appréciable ; de plus, tous les liquides que j'ai étudiés au laboratoire en présentaient dans des proportions analogues. D'autre part, il est certain qu'il s'agit bien de fluorescence, la lumière bleue qu'on aperçoit après avoir coupé le faisceau incident par un verre de Wood étant non polarisée. D'après la théorie de M. J. Perrin, il m'avait paru séduisant d'attribuer cette fluorescence à des molécules polymères $(H^2O)^n$, mais je crois qu'il faut renoncer à cette interprétation, car si l'on acidifie légèrement l'eau la fluorescence ne change pas de façon appréciable, et si l'on chauffe à 50° on voit la fluorescence augmenter, de même que la dissolution du verre, alors qu'on s'attendrait aux effets

⁽¹⁾ Séance du 29 décembre 1924.

⁽²⁾ *Journal of physical Chemistry*, vol. 28, 1924, p. 1284-1290.

contraires. Grâce à cette fluorescence, ρ peut croître jusqu'à 0,16 et 0,18 dans le bleu et dans le violet; la fluorescence étant éliminée, la valeur correcte de ρ est 0,11 en lumière verte; Martin a adopté au contraire $\rho = 0,06$ et $\rho = 0,086$ successivement, opérant sa purification optique par distillation lente.

J'ai étudié ensuite la nitrobenzine et le benzonitrile qui présentent un intérêt théorique évident, vu la forte anisotropie de leur molécule. Étant donnée la nature huileuse de ces liquides, une filtration sur cône en alundum à grain très fin s'est trouvée assez lente pour conduire à la pureté optique. J'ai trouvé alors pour le benzonitrile, qui n'est transparent qu'en lumière rouge, $\rho = 0,65$ et pour la nitrobenzine les valeurs suivantes de ρ : 0,68 — 0,67 — 0,68 — 0,74, se rapportant respectivement aux radiations rouge, jaune, verte et bleu violet. Martin vient de reprendre l'étude de la nitrobenzine et trouve des valeurs de ρ comprises entre 0,679 et 0,684, qui s'accordent avec les miennes, sauf en lumière bleue, peut-être à cause d'une légère fluorescence.

Enfin Martin, plaçant la nitrobenzine dans un champ magnétique de 5000 gauss, a constaté que ρ n'avait pas varié. Dans un Mémoire présenté comme *Diplôme d'études supérieures* à la Faculté des Sciences de Paris, j'ai donné la théorie de la diffusion de la lumière dans un gaz soumis à un champ électrique. J'ai étendu depuis cette théorie au cas d'un fluide quelconque en supposant que l'anisotropie moléculaire était la seule cause de dépolarisation, quoiqu'on puisse traiter des cas plus complexes : je ne donne pas les calculs de moyennes, fastidieux mais faciles. On trouve pour la dépolarisation :

$$\rho_E = \rho_0 \left\{ 1 - \mu \left[\frac{1}{21} + \frac{1}{9} \rho_0 \left(\frac{1}{7} + \frac{\Phi}{\delta_0} \right) \right] \right\},$$

en posant

$$\mu = \frac{(\varepsilon - 1)(\varepsilon + 2)}{8\pi RT} \delta_e \frac{M}{d} E^2 \quad \text{et} \quad \Phi = \frac{RTd}{M} \beta \left(\frac{n^2 + 2}{3} \right)^2,$$

formule où δ_e et δ_0 caractérisent les anisotropies électriques et optiques des molécules suivant une notation de Langevin (théorie de l'effet Kerr); ε est la constante diélectrique, n l'indice de réfraction, d la densité du corps de masse moléculaire M et de compressibilité β ; ρ_0 est la dépolarisation en l'absence de tout champ électrique, ρ_E est la dépolarisation dans le champ E supposé dirigé suivant Oz : $E = 100000$ volts/cm donnerait une variation de ρ de $\frac{1}{200}$ environ, tout à fait inappréciable; les effets d'orientation du champ magnétique étant à coup sûr plus petits, le résultat négatif de l'expérience de Martin s'explique parfaitement.

SPECTROSCOPIE. — *Sur la largeur des raies de la série de Balmer dans la décharge oscillante.* Note ⁽¹⁾ de M^{lle} M. HANOT, présentée par M. A. Cotton.

Dans le spectre fourni par des étincelles jaillissant dans l'hydrogène, la largeur des raies de la série de Balmer dépend du champ électrique auquel sont soumis les atomes émetteurs, de la température et de la pression du gaz au moment de l'émission lumineuse; elle dépend aussi, indirectement, de toutes les conditions capables de faire varier celles-ci, en particulier des caractères du courant électrique alimentant l'étincelle. Dans le but de préciser davantage le problème, je me suis proposé d'étudier d'abord aussi méthodiquement que possible le rôle de ces derniers facteurs.

Conditions expérimentales. — Les spectres ont été photographiés au moyen d'un réseau concave de Rowland donnant dans la région bleue 5,6 ampères par millimètre et la largeur des raies, telle qu'elle a déjà été définie ⁽²⁾, est déterminée à l'aide du microphotomètre de Fabry et Buisson.

Au lieu de mesurer directement la période T des oscillations de l'étincelle, j'ai mesuré leur longueur d'onde $\lambda = cT$ au moyen d'un contrôleur d'onde de T.S.F., λ varie dans ces mesures de 100 à 1400 m.

La capacité est généralement formée soit par 4 condensateurs de Moscicki montés en parallèle ($C = 4c$) soit par 2 de ces condensateurs montés en série ($C = \frac{c}{2}$), c étant pour tous très voisin de 0^{mf},0037.

Le potentiel de charge des condensateurs V est mesuré par la longueur d'étincelle que l'on peut obtenir dans l'air entre les boules d'un micromètre placé en dérivation entre leurs bornes; dans les premières expériences, il est simplement réglé par l'étincelle étudiée qui a une longueur fixe et il est de l'ordre de 3000 volts. Ensuite je l'ai fait varier de 3000 à 14000 volts en ajoutant dans le circuit une coupure de longueur variable.

Influence du rapport $\frac{C}{T}$ (ou $\frac{C}{\lambda}$). — Ainsi que je l'ai signalé dans une Note précédente, lorsque l'on augmente la période en ajoutant au circuit une self suffisante, la largeur des raies diminue notablement. Elle augmente, par contre, si l'on augmente la capacité; ceci conduit à penser que le facteur

⁽¹⁾ Séance du 29 décembre 1924.

⁽²⁾ *Comptes rendus*, t. 178, 1924, p. 1071.

important est non pas T ou \sqrt{LC} , mais $\frac{C}{T}$ ou $\sqrt{\frac{C}{T}}$, ou encore l'intensité maxima du courant : $I_0 = \frac{2\pi}{T} CV$.

En effet, j'ai pu remarquer que, dans tous les cas étudiés, une variation de la capacité ou de la self a entraîné une variation de la largeur des raies qui est de même sens que celle de $\frac{C}{T}$. Voici en particulier le résultat d'une série de mesures spécialement destinées à vérifier cette relation : la raie H_β a été photographiée quatre fois sur la même plaque dans les conditions suivantes (toutes choses égales d'ailleurs) :

(1)	$C = 4c$	$\lambda = 440^m$	$\frac{C}{\lambda} = \frac{c}{110}$	Largeur (mesurée sur le cliché)...	7 ^{mm}
(2)	$C = 4c$	$\lambda = 1200$	$\frac{C}{\lambda} = \frac{c}{300}$	»	5,2
(3)	$C = \frac{c}{2}$	$\lambda = 150$	$\frac{C}{\lambda} = \frac{c}{300}$	»	5,4
(4)	$C = \frac{c}{2}$	$\lambda = 425$	$\frac{C}{\lambda} = \frac{c}{850}$	»	2,7

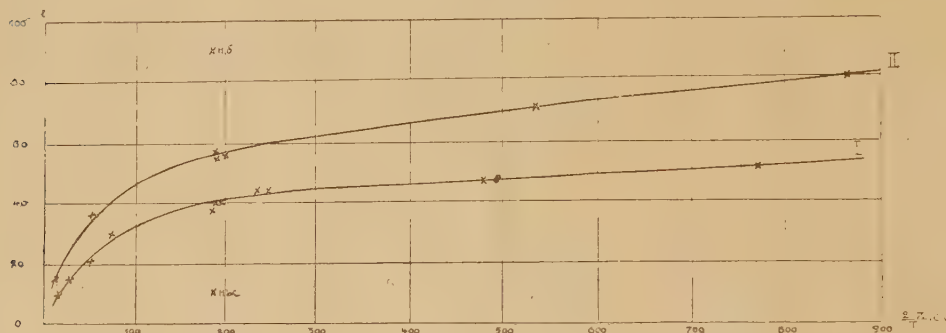
Les mesures étant faites à quelques dixièmes de millimètre près, on peut admettre que les variations simultanées de C et λ , $\frac{C}{\lambda}$ restant constant, n'ont pas modifié la largeur de la raie, tandis que la variation d'une seule de ces quantités la modifie de façon très appréciable.

Influence de V. — La largeur des raies augmente avec V . Afin de déterminer si c'est le produit $\frac{C}{T} \times V$ ou bien une autre fonction de ces variables qui intervient, j'ai essayé de compenser l'effet de période par l'effet de potentiel : deux séries de mesures, faites pour des valeurs différentes de $\frac{V}{T}$, ont montré que la largeur d'une raie ne varie pas si l'on multiplie simultanément V et T par un même nombre (3, 5).

Conclusion. — Si, dans tous les cas étudiés, on porte en abscisses une quantité proportionnelle à I_0 et en ordonnées les valeurs correspondantes de la largeur et des raies, les points obtenus se répartissent très régulièrement sur des courbes de forme acceptable.

La courbe I résume les résultats de plus de quinze mesures effectuées sur H_β en faisant varier de toutes les façons possibles C , V et T ; I_0 variait de 15 à 800 ampères. Les points se placent sur la courbe à 1 ou 2 ampères

près, quantité qui est de l'ordre des erreurs d'expérience. Les mesures faites pour H_Y sont généralement moins précises car, malgré la largeur très grande de cette raie, son intensité lumineuse présente un maximum particulièrement aigu dont la valeur est difficile à déterminer exactement; néanmoins l'ensemble de ses mesures conduit à représenter sa largeur en fonction de I_0



par une courbe qui pourrait se déduire de la précédente en multipliant les ordonnées par un facteur sensiblement constant (courbe II). On peut expliquer la forme de ces courbes en supposant que le passage de l'étincelle provoque une brusque élévation de température et de pression, d'autant plus considérable que le courant est plus intense, mais limitée par les phénomènes de rayonnement.

De cette étude on peut conclure que, *pour une pression et une température initiales données, l'intensité maxima du courant qui traverse une étincelle oscillante faiblement amortie détermine la largeur des raies étudiées.*

Remarque sur la largeur des raies dans la décharge apériodique. — Dans la Note précédente déjà citée, j'ai indiqué que la largeur des raies est indépendante de l'amortissement. On pouvait songer à interpréter ce résultat en remarquant que les variations de I_0 résultant d'un accroissement de résistance sont généralement faibles devant celles qui proviennent des autres causes étudiées. De nouvelles mesures ont montré que cette explication est insuffisante; en effet, le calcul montre que si l'on ajoute au circuit une résistance suffisante (résistance critique $\times 2,3$), on divise par 5 la valeur de I_0 . Or je n'ai pu mettre en évidence aucune modification de la largeur des raies par effet d'amortissement, même en employant une résistance trois fois supérieure à celle pour laquelle le calcul avait été fait.

photométriques ordinaires, on puisse par l'emploi d'une cellule photo-électrique amener d'autres lampes de même type à avoir la même intensité lumineuse.

En réalité, il pourrait n'en être pas ainsi. Tout d'abord les lampes ne sont jamais rigoureusement identiques. On constate entre les étalons de légères différences du facteur d'efficacité, ce qui semble indiquer une petite différence dans la température du filament. De plus, avec les procédés actuels de fabrication, la paroi interne de l'ampoule est recouverte d'une mince couche d'un corps étranger ayant servi à la fabrication. Si transparente que soit cette couche, elle modifie légèrement la composition spectrale de la lumière puisque, comme l'ont montré Buckley et Collier, sa présence diminue d'une dizaine de degrés la température équivalente du filament.

On peut craindre que l'influence de cette couche ne soit très variable d'une lampe à l'autre et, par suite, ne modifie sensiblement l'action de la lampe sur la cellule photo-électrique.

C'est ce point que nous avons cherché à élucider.

La lampe était placée à une certaine distance de la cellule (1^m pour les lampes à filament de carbone, 1^m,50 pour les lampes à filament de tungstène). Le courant photo-électrique était évalué au moyen d'un galvanomètre à cadre de haute sensibilité.

Toutes les lampes étudiées étaient d'environ 20 bougies.

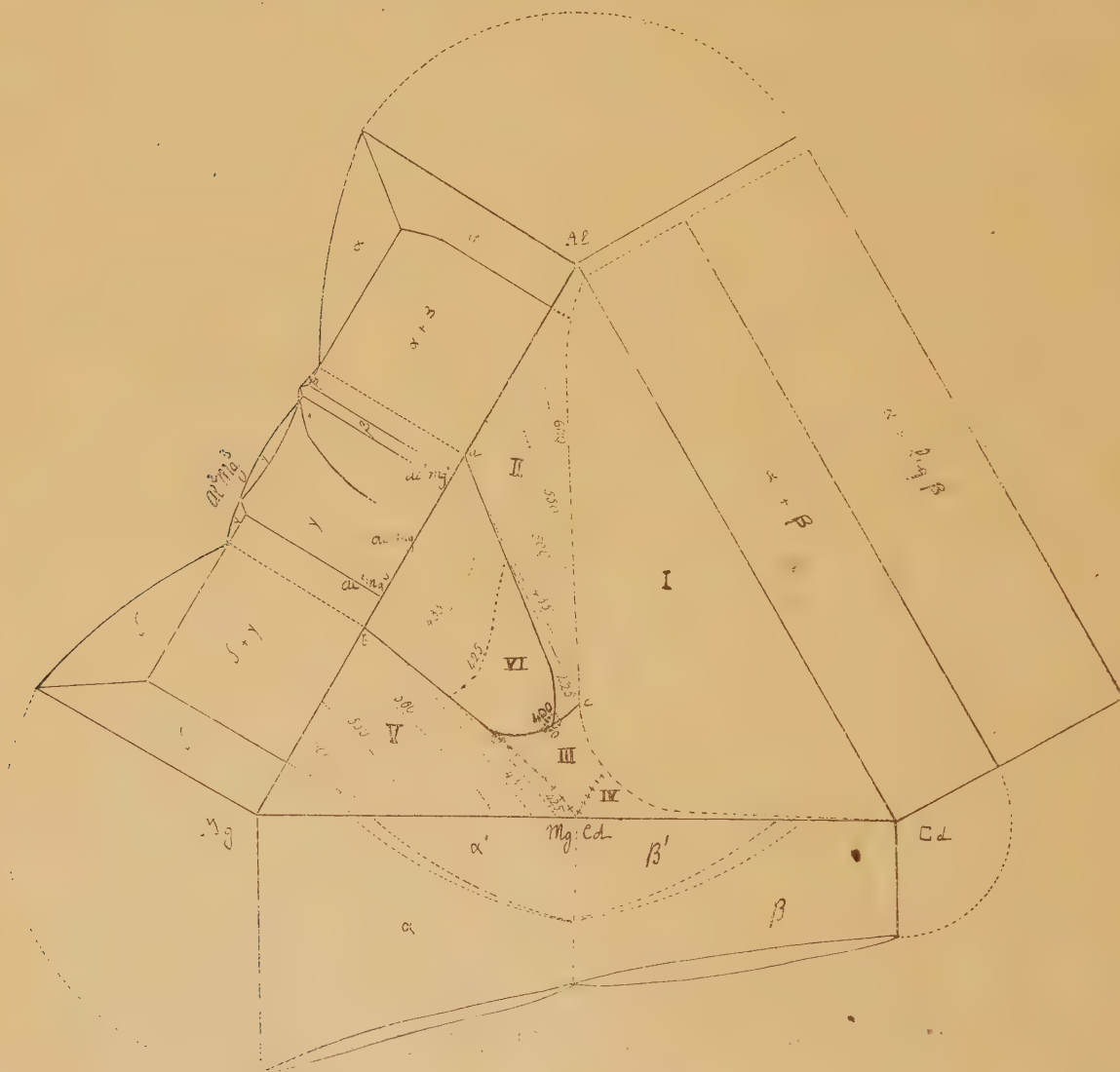
Les recherches ont porté sur 15 lampes à filament de charbon et 8 lampes à filament métallique.

La valeur de l'intensité du courant photo-électrique rapporté à l'intensité moyenne du lot permettait d'évaluer l'intensité lumineuse de la lampe. Chaque lampe a fait l'objet de cinq mesures. Les écarts d'une expérience à l'autre n'ont pas dépassé 1 pour 100, valeur inférieure à celle d'une mesure photométrique isolée et finalement, à une exception près, toutes les lampes ainsi étudiées ont donné à moins de 1 pour 100 la même intensité lumineuse que celle que les nombreuses mesures photométriques dont elles ont été l'objet contribuaient à leur attribuer.

Au cours des expériences préliminaires, il a toutefois été constaté qu'il était nécessaire, lorsqu'on substituait une lampe à l'autre, de prendre de grandes précautions pour faire en sorte que les filaments occupassent exactement la même position.

Ces précautions sont moins nécessaires quand on opère avec des photomètres à écran diffusant.

l'appareil enregistreur de M. Rengade. L'interprétation des courbes obtenues a été contrôlée par la micrographie des alliages. Nous nous sommes servis de la représentation triangulaire ; nous avons déterminé les



coupes de la surface de solidification par les plans verticaux joignant les corps purs pris deux à deux, et par deux plans parallèles aux côtés Al — Mg et Mg — Cd, respectivement à 20 pour 100 de cadmium et à 10 pour 100 d'aluminium.

Le diagramme ci-dessus résume nos résultats.

aimablement fourni par M. A. Lepape), ont confirmé ces vues, et mènent ainsi à la conception suivante.

2. Soit un atome du gaz qui vient d'être ionisé profondément, par exemple dans son niveau K, par le rayonnement X incident; l'électron qui est ainsi parti sous forme de rayon β secondaire, laisse une place vide dans ce niveau. Un temps sans doute très court après ce départ, la place vacante est occupée par un électron venant des niveaux plus périphériques, L par exemple, ce qui libère une énergie

$$(1) \quad E = W_K - W_L.$$

On a coutume de penser que cette énergie quitte l'atome où elle a pris naissance, sous forme de rayonnement électromagnétique de fréquence ν , telle que

$$(2) \quad E = h\nu.$$

Ce rayonnement constitue une radiation caractéristique de l'atome excité, on en connaît les effets loin de cet atome producteur : par exemple il peut produire de nouveaux rayons β à une distance dépendant de sa pénétration dans le gaz étudié (j'appellerai ces rayons « tertiaires » par rapport au faisceau primaire de rayons X incidents).

Mais d'après les photographies de rayons β que j'ai pu obtenir, le rayon tertiaire que je viens de définir, prend le plus souvent son origine au même point que le rayon secondaire; le parcours du rayon X, caractéristique de l'atome excité, se réduirait à moins de $\frac{1}{10}$ de millimètre, ce qui est en désaccord avec les coefficients d'absorption connus de ces rayons. Dans le cas du krypton par exemple, le rayon tertiaire devrait se produire en général en dehors de l'appareil d'observation. Le processus de sortie sous forme électromagnétique n'est donc pas nécessaire, et l'énergie libérée par le premier retour électronique peut aussi quitter l'atome sous forme corpusculaire : un électron plus périphérique que K, par exemple L, sera projeté avec une vitesse v telle que

$$(3) \quad \frac{1}{2} m v^2 = E - W_L.$$

laissant l'atome ionisé deux fois. Le même phénomène peut naturellement se produire de nouveau, lors de la chute d'électrons M sur le niveau L, et ainsi de suite tant qu'il reste des niveaux plus périphériques. Le processus total aboutit donc à la transformation presque complète en rayonnement corpus-

